Quadrupol-Fokussierungssystem für Materialtests zum ILC Positronentarget

von

Thomas Beiser

Diplomarbeit in Physik vorgelegt dem Fachbereich Physik, Mathematik und Informatik (FB 08) der Johannes Gutenberg - Universität Mainz am 30. März 2017

1. Gutachter: Prof. Dr. Kurt Aulenbacher

2. Gutachter: Jun.-Prof. Dr. Florian Hug

Ich versichere, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Mainz, den 30.03.2017

Thomas Beiser B2 Institut für Kernphysik Johann-Joachim-Becher-Weg 45 Johannes Gutenberg-Universität D-55128 Mainz beiser@students.uni-mainz.de

Inhaltsverzeichnis

1.	Mot	ivation	1
2.	The	pretische Grundlagen	5
	2.1.	Strahldynamik	5
		2.1.1. Koordinatensystem und elektromagnetische Felder	5
		2.1.2. Bewegungsgleichung im mitbewegten Koordinatensystem	7
		2.1.3. Teilchenbahnen im Matrixformalismus	8
		2.1.4. Der Quadrupolmagnet	10
		2.1.5. Transportmatrix eines Quadrupols	12
		2.1.6. Teilchenstrahl und Phasenraumellipse	13
		2.1.7. Transport der Strahlmatrix	16
	2.2.	Strahldiagnose	18
		2.2.1. Dichteverteilung des Teilchenstrahls	18
		2.2.2. Optische Übergangsstrahlung	19
		2.2.3. Ginzburg-Frank-Gleichung	20
		2.2.4. Übergangsstrahlung am geneigten Target	22
	2.3.	Quadrupolscan	24
	2.4.	Objektraum-Auflösung	28
3.	Emi	tanzmessung	30
	3.1.	Vorbereitung	30
	3.2.	Vermessung der Quadrupole	31
		3.2.1. Quad A	34
	3.3.	Messung der Übergangsstrahlung	40
		3.3.1. OTR Target	40
		3.3.2. Optisches System	40
		3.3.3. Quadrupolscan an SF35	41
4.	Die	PosiTar Strahlführung	48
	4.1.	Schematischer Aufbau	48

Inhaltsverzeichnis

	4.2.	Das Quadrupol-Triplett	49
5.	Best	rahlung im Rahmen der Materialtests	52
	5.1.	Vorbereitungen	52
	5.2.	Strahlfleck	53
	5.3.	Temperaturmessung auf den Targets	58
	5.4.	Einfluss der Belichtungszeit auf die OTR Messung	58
	5.5.	Einfluss des Strahlstroms auf den Strahlradius	59
6.	Fazi	t und Ausblick	63
Α.	Anh	ang	65
	A.1.	Quadrupole	65
		A.1.1. Quad A	65
		A.1.2. Quad B	70
		A.1.3. SFTFquak07	75
	A.2.	Konstruktionszeichnungen	80
	A.3.	Strahlfleckaufnahmen zum Quadrupolscan	80
	Refe	rences	80
B.	Lite	raturverzeichnis	87
C.	Dan	ksagung	89

Der International Linear Collider (ILC) ist ein Elektron-Positron-Collider, der sich momentan in der Planungsphase befindet. Er besteht aus 2 Linearbeschleunigern mit einer Gesamtlänge von ca. 31 km und einer Schwerpunktsenergie von 500 GeV. In der Positronenquelle werden durch Undulatorstrahlung auf ein Target aus einem noch zu bestimmenden Material Positronen erzeugt und mit starken Magnetfeldern separiert.



Abbildung 1.: Schematische Darstellung des ILC (Positronenquelle im Bereich des roten Kreises)

Die gepulste Undulatorstrahlung (1 ms Pulse; 5 Hz Wiederholrate) durchdringt das Target, wobei durch Paarbildung Elektronen und Positronen mit Energien im MeV-Bereich entstehen, die durch Ionisation der Targetatome Wärme erzeugen. Die Temperatursprünge üben durch rapide Erhitzung und Abkühlung auf der Zeitskala des Undulatorstrahlungspulses (1 ms) durch wiederholte Materialkontraktionen mechanischen Stress auf das Target aus. Außerdem erhöht sich durch diesen Prozess und durch Wirbelströme, die durch die starken Magnetfelder induziert werden, die mittlere Temperatur, was die

Targetfestigkeit verringert.

Ziel ist es ähnliche Verhältnisse mit dem 3,5 MeV Elektronenstrahl an der Strahlführung SF35 des Mainzer Mikrotrons (MAMI) zu erzeugen. Diese Elektronenenergie liegt unter der kritischen Energie des zu testenden Titantargets $E_c \approx 800 \ MeV \ / \ Z_{Kernladung} \approx 36 \ MeV \ [1]$, weshalb beim Energieverlust im Target Ionisationseffekte dominieren. Radioaktivität entsteht in diesem Fall nicht, da die Energie des Elektronenstrahls nicht für Kernumwandlungen ausreicht. Eine Abschirmung der Gammastrahlung zum Schutz der umliegenden Elektronik ist allerdings erforderlich.

Nach Bethe-Bloch sind die Elektronen an der SF35 mit $p/mc = \beta \gamma = 6,77$ im Bereich des Ionisationsminimums (Abbildung 2).



Abbildung 2.: Schematische Darstellung des mittleren Energieverlustes pro Dichte von geladenen Teilchen aufgrund von Ionisation in verschiedenen Materialien. Das Minimum liegt für Titan an der gleichen Stelle (entnommen aus [2]).

Der Energieeintrag in ein Titantarget $\rho_{Ti} = 4,50 \ g/cm^3$ der Dicke $d_{Target} = 0,2 \ mm$ ergibt sich nach der vereinfachten Bethe-Bloch-Formel ungefähr zu [2]

$$\frac{dE}{dx} \cdot d_{Target} = 2 \frac{MeV}{[g/cm^{-2}]} \cdot d_{Target} = 0,18 MeV$$
(1.1)

was mit einem $\beta \gamma = 6,41$ korrespondiert. Aus Abbildung 2 ist ersichtlich, dass der Energieeintrag in das Target über seine gesamte Dicke als konstant angenommen werden kann. Dies ist auch am ILC der Fall.

Um nun ähnliche Verhältnisse wie am ILC zu schaffen, müssen an MAMI die Parameter Peakstrahlstrom, Pulslänge, Wiederholrate und Strahlradius so angepasst werden, dass sie denselben Energieeintrag pro Volumen gewährleisten [3].

Simulationen der Kollegen am DESY im Rahmen des *PosiTar* Projekts haben ergeben, dass sich dies mit einem Peakstrom $I_{PEAK} = 50 \ \mu A$, einem *duty cycle von 20%* und einer *Pulslänge von 2 ms* erreichen lässt, sofern man den Strahlradius auf $r_{Strahl} < 300 \mu m$ fokussieren kann.

Der Energieeintrag pro Volumen an MAMI ergibt sich für das obige Beispiel zu

$$\frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{I_{PEAK} \cdot t_{Puls} \cdot (dE/dx) \cdot d_{Target}}{\pi \cdot r_{Strahl}^2 \cdot d_{Target}} = 31,8 \ kJ/cm^3 \tag{1.2}$$

Mit einer geplanten Wiederholrate von 100 Hz und Beachtung der Tatsache, dass das Target radförmig angefertigt (siehe Abbildung 3) und um den thermischen Stress zu verteilen, rotiert werden soll, kann man in einer 8-stündigen Strahlzeit an MAMI ein Betriebsjahr am ILC simulieren [4] [5].



(a) Prototyp für Wirbelstromuntersuchungen am Danesbury Lab

(b) Targetlayout



Zur Strahldiagnose dieser hohen Peakströme wird erstmalig an MAMI optische Übergangsstrahlung (optical transition radiation; OTR) eingesetzt. Zur Erzeu-

gung der OTR kommt eine Aluminiumfolie der Dicke $d_{OTR} = 15 - 20 \ \mu m$ zum Einsatz. Die im OTR Schirm deponierte Energie ist somit um ca. Faktor 10 geringer. Inwiefern dieser Schirm von hohen Peakströmen beeinträchtigt wird, gilt es zu prüfen.

2.1. Strahldynamik

Die Bewegung geladener Teilchen in einem Beschleuniger bzw. Speicherring entlang seiner Sollbahn mit der entsprechenden Sollenergie kann durch seine Strahlführung, d.h. die Gesamtheit der beschleunigenden, ablenkenden und fokussierenden Strukturen beschrieben, werden (nach [6],[7]).

Die grundlegende Dynamik der geladenen Teilchen, in unserem Fall Elektronen, ergibt sich aus der *Lorentzkraft*:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{p} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$
(2.1)

Hier sind q die Ladung und \vec{v} die Geschwindigkeit des geladenen Teilchens, \vec{E} das elektrische und \vec{B} das magnetische Feld am Ort des Teilchens.

2.1.1. Koordinatensystem und elektromagnetische Felder

Zur Beschreibung einzelner Teilchen führt man ein orthogonales Koordinatensystem ein, das sich entlang der Sollbahn bewegt. Die x-Achse liegt in der horizontalen Ebene (*Beschleunigerebene*, radiale Ebene), die y-Achse in vertikaler (oder: axialer) Ebene. Die z-Achse ist eine Tangente an der Sollbahn und zeigt in Bewegungsrichtung (Abbildung 4). Der Ortsvektor eines Teilchens sieht dann wie folgt aus:

$$\vec{r}(z) = \vec{r}_0(z) + x \cdot \vec{x}_0 + y \cdot \vec{y}_0 \tag{2.2}$$

Hier sind x und y die transversalen Ablagen des Teilchens von der Sollbahn und $d\vec{r}_0 = \vec{z}_0 dz$.

Als Vereinfachung nehmen wir an, dass sich die Teilchen nur in z-Richtung bewegen $(\vec{v} = (0, 0, v_z))$ und das Magnetfeld nur transversale Komponenten hat $(\vec{B} = (B_x, B_y, 0)).$



Abbildung 4.: Koordinatensystem zur Beschreibung eines Elektrons relativ zur Sollbahn. Der Punkt P liegt im Laborsystem.

In horizontaler Ebene stellt sich zwischen Lorentzkraft $F_x^{Lorentz} = -ev_z B_y$ und Zentrifugalkraft $F_x^{Zentri} = mv_z^2/R$ ein Gleichgewicht ein. R ist der Biegeradius der Teilchenbahn, m die Masse des Teilchens und $p = mv_z$ dessen transversaler Impuls. Daraus folgt:

$$\frac{1}{R(x,y,z)} = \frac{e}{p} B_y(x,y,z)$$
(2.3)

In einem solchen Koordinatensystem sind die transversalen Orts- und Winkelabweichungen klein und es ist sinnvoll das Feld in der Umgebung der Sollbahn zu entwickeln.

$$\frac{e}{p}B_{y}(x) = \frac{e}{p}B_{y0} + \frac{e}{p}\frac{dB_{y}}{dx}x + \frac{1}{2!}\frac{e}{p}\frac{d^{2}B_{y}}{dx^{2}}x^{2} + \frac{1}{3!}\frac{e}{p}\frac{d^{3}B_{y}e}{dx^{3}}x^{3} + \dots$$

$$= \frac{1}{R} + kx + \frac{1}{2!}mx^{2} + \frac{1}{3!}ox^{3} + \dots$$
Dipol Quadrupol Sextupol Oktupol (2.4)

Dipole dienen zur Ablenkung und sind durch den von ihnen bestimmten Biegeradius R der Teilchenbahn beschrieben. Quadrupole, die durch die Quadroplstärke k charakterisiert werden, fokussieren den Teilchenstrahl. Nutzt man nur die-

se Multipole zur Strahlführung, spricht man von *linearer Strahloptik*. Höhere Multipole sind entweder Feldfehler oder werden gezielt zur Feldkorrektur eingesetzt und werden des Weiteren vernachlässigt. Die Herleitung in vertikaler Ebene funktioniert analog.

2.1.2. Bewegungsgleichung im mitbewegten Koordinatensystem

Betrachtet man die Änderung des Ortsvektors aus Gleichung (2.2) bezüglich der Position auf der Sollbahn und nicht der Zeit, wie im folgenden Beispiel:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dz}\frac{dz}{dt} = x'\dot{z} \tag{2.5}$$

$$\ddot{x} = \dot{x}'\dot{z} + x'\ddot{z} = x''\dot{z}^2 + x'\ddot{z}$$
(2.6)

und geht von ausschließlich transversalen Magnetfeldern in linearer Näherung, d.h. bestehend nur aus Dipol- und Quadrupolanteilen nach Gleichung (2.4) aus, sind die *Hill'schen Differentialgleichungen*

$$x''(z) + \left(\frac{1}{R^2(z)} - k(z)\right)x(z) = \frac{1}{R(z)}\frac{\Delta p}{p}$$
(2.7)

$$y''(z) + k(z)y(z) = 0 (2.8)$$

die Bewegungsgleichungen der linearen Strahldynamik. Diese gelten streng genommen nur für periodische Strukturen (k(z + Umlauf) = k(z)), eignen sich aber auch zur stückweisen Betrachtung der Strahlführung, sofern die Koeffizienten in diesen Stücken konstant sind. $\Delta p = p - p_0$ ist die Abweichung des Teilchenimpulses vom Sollimpuls p_0 [8].

Ein Lösungsansatz für die Hill'schen DGLs setzt sich (analog zum harmonischen Oszillator) aus den sinus- und cosinusartigen Lösungen C(z) und S(z)der homogenen Differentialgleichungen und der inhomogenen Lösung D(z),

der sog. Dispersionsbahn für $\Delta p/p = 1$ zusammen und lautet für Gleichung (2.7):

$$x(z) = C(z) \cdot x_0 + S(z) \cdot x'_0 + D(z) \cdot \frac{\Delta p}{p}$$
(2.9)

$$x'(z) = C'(z) \cdot x_0 + S'(z) \cdot x'_0 + D'(z) \cdot \frac{\Delta p}{p}$$
(2.10)

Dies gilt analog für den vertikalen Anteil der Hill'schen DGLs (2.8).

2.1.3. Teilchenbahnen im Matrixformalismus

Geht man von einer optimalen Ausrichtung der Magnetelemente bzgl. der Strahlführung aus, gibt es keine Kopplung zwischen horizontaler und vertikaler Teilchenbewegung (siehe Gleichung 2.7), man kann die Bewegungsrichtungen also getrennt betrachten. Als weitere Vereinfachung ist es möglich anzunehmen, dass die magnetischen Felder entlang der Bahn konstant und rechteckig sind, d.h. Randfelder werden vernachlässigt und $\frac{1}{R}$ und k verhalten sich wie Sprungfunktionen in Abhängigkeit von ihrer Position entlang der Sollbahn. Diese Annahme liefert Ergebnisse, die sehr gut mit entsprechenden Messungen übereinstimmen [7].

Der folgende Formalismus wurde von K.L. Brown entwickelt und wird hier nach [6] in Hinblick auf ein Strahlfokussierungssystem zusammengefasst wiedergegeben. Die Relativkoordinaten zur Beschreibung eines einzelnen Teilchens kann man in einem 6-komponentigen Vektor zusammenfassen:

$$\vec{x}(z) = \begin{cases} x & [mm] \\ x' & [mrad] \\ y & [mm] \\ y' & [mmad] \\ l & [mm] \\ \Delta p/p & [^0/_{00}] \end{cases} = \begin{cases} \text{horizontale Ortsabweichung} \\ \text{horizontale Richtungsabweichung} \\ \text{vertikale Ortsabweichung} \\ \text{longitudinale Ortsabweichung} \\ \text{relative Impulsabweichung} \end{cases}$$
(2.11)

Die Wahl der Einheiten (Faktor 10^{-3}) ergibt sich, da die Ortsabweichungen klein gegenüber dem Krümmungsradius R und alle anderen klein gegenüber 1

sind. Bei den Richtungsabweichungen wurden Kleinwinkelnäherungen wie folgt genutzt [6]:

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{x'}{z'} = \frac{x'}{1 - x/R} \tag{2.12}$$

In linearer Näherung wird die Änderung des Teilchenvektors $\vec{x}(z)$ entlang der Strahlführung durch eine 6×6 Matrix R dargestellt. $\vec{x}(z)$ transformiert wie folgt:

$$\vec{x}(z) = R(z)\vec{x}(0) \tag{2.13}$$

Diese Matrix heißt je nach Veröffentlichung *Transportmatrix, Transfermatrix, Transformationsmatrix oder R-Matrix* und hat, wenn horizontale und vertikale Ebene entkoppelt sind, folgende Grundform:

$$R = \begin{cases} R_{11} & R_{12} & 0 & 0 & 0 & R_{16} \\ R_{21} & R_{22} & 0 & 0 & 0 & R_{26} \\ 0 & 0 & R_{33} & R_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{43} & R_{44} & 0 & 0 \\ R_{51} & R_{51} & 0 & 0 & 1 & R_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{cases}$$

$$(2.14)$$

Aus dem Liouville'schen Satz ergibt sich:

$$\det R = 1 \tag{2.15}$$

Die Transportmatrix eines strahloptischen Systems erhält man durch Multiplikation der Matrizen der einzelnen Komponenten:

$$R = R_n \dots R_2 R_1 \tag{2.16}$$

Für unsere Zwecke können wir wegen der Entkopplung der horizontalen und vertikalen Ebenen die Untermatrizen R_x und R_y dieser Ebenen einzeln betrachten.

$$R_x = \begin{cases} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{cases}$$
(2.17)

$$R_{y} = \begin{cases} R_{33} & R_{34} \\ R_{43} & R_{44} \end{cases}$$
(2.18)

2.1.4. Der Quadrupolmagnet

Ein Quadrupol besteht aus vier, nach dem Prinzip eines Elektromagneten abwechselnd gepolten Polschuhen. Die Polflächen sind idealerweise hyperbolisch. Im Inneren des Quadrupols kann das *B-Feld* durch ein skalares Potential $\Phi(x, y)$ beschrieben werden. Es gelten folgende Gleichungen [6],

$$\Phi(x,y) = -g \cdot x \cdot y , \qquad \vec{B} = -\nabla \times \Phi$$
$$B_x = g \cdot y , \qquad B_y = g \cdot x \qquad (2.19)$$

$$g = \frac{\partial B_x}{\partial y} = \frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{B_0}{a} \tag{2.20}$$

wobei g der Feldgradient, B_0 der Feldwert an der Spitze des Polschuhs und a der Aperturradius, d.h. der Abstand von der Polspitze bis zur Sollbahn ist. Der Zusammenhang vom Feldgradienten g und der Quadrupolstärke k ist nach Gleichung (2.4)

$$k = \frac{e}{p} \cdot g \tag{2.21}$$

Die *effektive Länge* eines Quadrupols ergibt sich aus der Tatsache, dass das B-Feld am Rand des Magneten nicht plötzlich verschwindet, sondern sich über eine Länge von mehreren Aperturradien in den Außenraum erstreckt (siehe Abbildung 6).

Man findet folgende Gleichung [6]

$$L_{eff} = \frac{1}{g_0} \int_{-\infty}^{\infty} g(z) dz$$
(2.22)

Als Faustformel gilt außerhalb des Sättigungsbereichs mit der Apertur a:

$$L_{eff} = L_{mechanisch} + a \tag{2.23}$$



Abbildung 5.: Prinzip eines Quadrupolmagneten mit Apertur a (und für MAMI SF35 typischen Polflächen)



Abbildung 6.: Prinzip der effektiven Länge ${\cal L}_{eff}$

2.1.5. Transportmatrix eines Quadrupols

Ein Quadrupol wird in der linearen Strahloptik nur durch seine Stärke k und seine Länge entlang der Sollbahn L bestimmt. In der horizontalen Ebene vereinfacht sich die Hill'sche Differentialgleichung (2.7) ohne Bahnablenkung durch ein Dipolfeld (d.h. 1/R = 0) zu:

$$x''(z) - k \cdot x(z) = 0 \tag{2.24}$$

wobe
ik=const.ist. Diese homogene lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung ist analytisch lösbar. Es ergibt sich für einen defokussierenden Quadrupol, d.h.
 k>0

$$x(z) = A\cosh\sqrt{k}z + B\sinh\sqrt{k}z \qquad (2.25)$$

$$x'(z) = \sqrt{k}A\sinh\sqrt{k}z + \sqrt{k}B\cosh\sqrt{k}z \qquad (2.26)$$

Mit den Anfangsbedingungen

$$\vec{X}_0 = \begin{pmatrix} x(0) \\ x'(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$$
(2.27)

folgt: $A = x_0$ und $B = x'_0 / \sqrt{k}$.

Löst man die Differentialgleichung analog noch für k < 0 und k = 0, erhält man für die Transportmatrizen eines Quadrupols der Länge L in horizontaler Ebene:

$$R_x^{fokus} = \begin{pmatrix} \cos\sqrt{kL} & \frac{1}{\sqrt{|k|}}\sin\sqrt{|k|}L \\ -\sqrt{|k|}\sin\sqrt{|k|}L & \cos\sqrt{kL} \end{pmatrix} \quad \text{für } k < 0 \quad (2.28)$$

$$R_x^{defokus} = \begin{pmatrix} \cosh\sqrt{kL} & \frac{1}{\sqrt{k}}\sinh\sqrt{kL} \\ \sqrt{k}\sinh\sqrt{kL} & \cosh\sqrt{kL} \end{pmatrix} \qquad \text{für } k > 0 \quad (2.29)$$

Fürk=0 beschreibt die Transportmatrix eine feldfreie Driftstrecke der Länged

$$R_x^{drift} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(2.30)

2.1.6. Teilchenstrahl und Phasenraumellipse

Bisher wurde nur die Bewegung eines einzelnen geladenen Teilchens beschrieben. Der Teilchenstrahl, d.h. die Gesamtheit aller Teilchentrajektorien, ist durch eine Intensitäts- bzw. Dichteverteilung der überlagerten Einzelbahnen $\rho(x, x', y, y', l, \Delta p/p)$ bestimmt. Wie im vorangegangenen Kapitel können die Projektionen auf die horizontale Ebene $\rho(x, x')$ und die vertikale Ebene $\rho(y, y')$ getrennt betrachtet werden. Diese Verteilungen können durch Ellipsen umrandet werden. Diese sogenannten *Phasenellipsen* oder *Phasenraumellipsen* beschreiben die Eigenschaften des Teilchenstrahls. In *horizontaler Ebene* wird sie durch folgende Gleichung definiert:

$$\vec{X}^T \ \sigma_x^{-1} \ \vec{X} = 1 \tag{2.31}$$

wobei

$$\vec{X}^T = (x, x'), \quad \vec{X} = \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}$$
 (2.32)

ein Vektor und

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix}$$
(2.33)

eine symmetrische 2 \times 2 - Matrix mit positiver Determinante, die sogenannte Strahlmatrix und der inversen Strahlmatrix

$$\sigma_x^{-1} = \frac{1}{\det(\sigma_x)} \begin{pmatrix} \sigma_{22} & -\sigma_{12} \\ -\sigma_{12} & \sigma_{11} \end{pmatrix}$$
(2.34)

ist.

Setzt man Gleichung (2.34) in (2.31) ein, folgt für die Determinante

$$\det(\sigma_x) = \sigma_{22}x^2 - 2\sigma_{12}xx' + \sigma_{11}x'^2 = \varepsilon_x^2$$
(2.35)

Die Wurzel aus der Determinanten der Strahlmatrix nennt man Emittanz ε .

$$\varepsilon_x = \sqrt{\det(\sigma_x)}$$
 (2.36)

Die *Strahlmatrix* wird auch häufig durch die *Emittanz* ε und die *Beta-Matrix* \vec{B} , bestehend aus den *Twiss-Parametern* α, β, γ ausgedrückt.

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix} = \varepsilon_x \cdot \vec{B} = \varepsilon_x \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ -\alpha & \gamma \end{pmatrix}$$
(2.37)

Die Betafunktion $\beta(z)$ beschreibt die Schwingung der Bahnfunktion x(z) um die Sollbahn, die Betatronschwingung und ergibt sich aus der homogenen Hill'schen Differentialgleichung (Gleichung (2.24)). Die geladenen Teilchen führen entlang der gesamten Magnetstruktur transversale Betatronschwingungen aus, die von der Strahlenveloppe E(z) begrenzt sind (siehe Abbildung 7).

$$E(z) = \sqrt{\varepsilon\beta(z)} \tag{2.38}$$



Abbildung 7.: Strahlenveloppe entlang der Sollbahn

Die Korrelation α ergibt sich durch die Ableitung der Betafunktion zu:

$$\alpha(z) := -\frac{\beta'(z)}{2} \tag{2.39}$$

Der Faktor γ wird mit Hilfe der Korrelation α und der Betafunktion definiert und ergibt sich aus der Ellipsendarstellung der Strahlmatrix.

$$\gamma := \frac{1+\alpha^2}{\beta} \tag{2.40}$$

In Abbildung (8) wird der Zusammenhang zwischen der Strahlmatrix σ und der für diese Arbeit essentiellen Messgröße, der Strahlausdehnung deutlich.



Abbildung 8.: Phasenraum- bzw. Emittanzellipse der Teilchenbewegung im x - x' -Phasenraum

Die Fläche der in Abbildung (8) dargestellten Phasenraumellipse

$$\gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2 = \varepsilon \tag{2.42}$$

hier auch *Emittanzellipse* genannt, ist gegeben durch

$$F_x = \pi \cdot \varepsilon_x \tag{2.43}$$

(2.41)

und gibt Auskunft über die Strahlqualität. Je kleiner die Fläche, umso höher die Strahlqualität, d.h. die einzelnen Teilchenstrahlen sind enger um die Sollbahn gebündelt. Die Strahlenveloppe ist somit kleiner.

Der *Liouville'sche Satz* besagt, dass jedes Volumenelement eines Phasenraumes zeitlich konstant ist, wenn die Teilchen kanonischen Bewegungsgleichungen gehorchen. Diese Bedingung ist im Allgemeinen bei magnetoptischen Strahlführungen in Beschleunigern erfüllt. In anderen Worten: Der Flächeninhalt der Emittanzellipse ist an jedem Punkt der Strahlführung gleich.

Die Neigung der Emittanzellipse gibt die Korrelation zwischen Orts- und Winkelabweichung an. Ist die Ellipse (wie in Abbildung (8)) nach rechts geneigt, ist der Strahl divergent. Eine Neigung nach links weißt auf einen konvergenten Strahl hin. Bei einem Drift durch eine Strahltaille (Engstelle der Enveloppe in Abbildung (7)) steht sie aufrecht, die Korrelation ist in diesem Fall Null (siehe Abbildung (9)).



Abbildung 9.: Zusammenhang zwischen Neigung der Emittanzellipse und der Korrelation von Orts- und Winkelabweichung eines Teilchenstrahls

Die Strahlmatrix in vertikaler Ebene ergibt sich analog.

Um Emittanzen von verschiedenen Strahlenergien zu vergleichen führt man die normierte Emittanz ε_n ein.

$$\varepsilon_n = \beta \gamma \varepsilon \tag{2.44}$$

Hier sind $\beta = v/c$ die relative Geschwindigkeit der Teilchen, c die Lichtgeschwindigkeit und $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ der Lorentzfaktor, nicht die Twiss-Parameter.

2.1.7. Transport der Strahlmatrix

Ausgehend von der Ellipsengleichung (Gleichung 2.31) können wir nach Kapitel (2.1.5) mit $R^{-1}R = 1$ und $R^T(R^T)^{-1} = 1$ folgende Umformung durchführen:

$$1 = \vec{X}_{0}^{T} \sigma_{x,0}^{-1} \vec{X}_{0} \qquad (2.45)$$

$$= \vec{X}_{0}^{T} (R^{T}(R^{T})^{-1}) \sigma_{x,0}^{-1} (R^{-1}R)\vec{X}_{0}$$

$$= (R\vec{X}_{0})^{T} ((R^{T})^{-1}\sigma_{x,0}^{-1}R^{-1}) (R\vec{X}_{0})$$

$$= (R\vec{X}_{0})^{T} (R \sigma_{x,0} R^{T})^{-1} (R\vec{X}_{0}) \qquad (2.46)$$

$$= \vec{X}_{1}^{T} \sigma_{x,1}^{-1} \vec{X}_{1} \qquad (2.47)$$

Am Umformungsschritt von Gleichung (2.46) nach (2.47) ist die Transformation der Strahlmatrix σ durch die von der Strahlführung gegebenen Transportmatrizen R ersichtlich. Die Strahlmatrix transformiert im Allgemeinen wie folgt:

$$\sigma_1 = R \cdot \sigma_0 \cdot R^T \tag{2.48}$$

2.2. Strahldiagnose

Um die Parameter des Quadrupol-Fokussierungssystems zu bestimmen muss man die Strahlparameter entlang der entsprechenden Strahlführung kennen. Als Messgröße eignet sich in diesem Fall eine Strahlfleckaufnahme am Ort des Targets. Die Elektronenverteilung kann durch optische Übergangsstrahlung (engl.: optical transition radiation (OTR)) visualisiert werden, da ihre Intensitätsverteilung direkt proportional zur Elektronendichte ist. [9]

2.2.1. Dichteverteilung des Teilchenstrahls

Die Dichte eines Teilchenstrahls im Phasenraum wird in der Regel in guter Näherung durch eine normierte zweidimensionale Gaußverteilung

$$\rho(\vec{X}) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_x} \exp\left(-\frac{1}{2}\vec{X}^T \sigma_x^{-1} \vec{X}\right)$$
(2.49)

beschrieben [6]. Betrachtet man eine Höhenlinie in Abbildung 10, d.h. einen Schnitt durch die Darstellung parallel zur x-x'Ebene, bekommt man eine Phasenraumellipse (vgl. Kapitel 2.1.6). Die Emittanzellipse

$$\vec{X}^T \sigma_x^{-1} \vec{X} = 1 \tag{2.50}$$

entspricht einer Standardabweichung beim Strahlprofil. Som
it entspricht die umschlossene Fläche $F=\pi\cdot\varepsilon$ der 1
σ-Emittanz

$$\varepsilon_x^{1\sigma} = \sqrt{\sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}^2} \tag{2.51}$$

Die Emittanzellipse

$$\vec{X}^T \sigma_x^{-1} \vec{X} = 4 \tag{2.52}$$

entspricht zwei Standardabweichungen beim Strahlprofil. Analog entspricht die umschlossene Fläche $F = \pi \cdot \varepsilon$ der 2σ -Emittanz

$$\varepsilon_x^{2\sigma} = 4\varepsilon_x^{1\sigma} \tag{2.53}$$

Die Projektion der Dichteverteilung $\rho(x, x')$ auf die $x - \rho(x, x')$ -Ebene

$$\rho(x) = \int \rho(x, x') dx' \qquad (2.54)$$



Abbildung 10.: Strahlprofil in horizontaler Ebene als Funktion der Ortsabweichung mit beliebigem σ^{SE}

beschreibt nun als eindimensionale Gaußverteilung das Strahlprofil in der horizontalen Ebene. Die charakteristische Größe einer solchen Verteilung ist die Standardabweichung, die im Folgenden zur Unterscheidung von der Strahlmatrix σ mit σ^{SE} (SE für standard error) bezeichnet werden soll. Sie ist in Abbildung 10 dargestellt und kann wie folgt mit der Strahlmatrix verknüpft werden. Für

$$1\sigma^{SE} = x_{max} = \sqrt{\sigma_{11}} \tag{2.55}$$

erfolgt die Beschreibung des Strahls im Bereich $\pm 1\sigma^{SE}$ und beinhaltet 68,27% aller Teilchen. Für

$$2\sigma^{SE} = x_{max} = \sqrt{\sigma_{11}} \tag{2.56}$$

im Bereich von $\pm 2\sigma^{SE}$ und beinhaltet 95,45% des Strahls.

2.2.2. Optische Übergangsstrahlung

Eine geradlinig gleichförmig bewegte Ladung emittiert im Vakuum keine Strahlung. Ein mit konstanter Geschwindigkeit bewegtes geladenes Teilchen kann



Abbildung 11.: 2-dim Dichteverteilung des Teilchenstrahls in horizontaler Ebene

Strahlung (sog. Tscherenkovstrahlung) emittieren, wenn es sich in einem Medium mit einer Geschwindigkeit bewegt, die größer ist als die Phasengeschwindigkeit von Licht in diesem Medium. Eine weitere Art der Strahlung, die sog. Übergangsstrahlung, entsteht wenn ein geladenes Teilchen plötzlich von einem Medium in ein Anderes mit unterschiedlichen Dielektrizitätskonstanten übertritt. Das geladene Teilchen wird bei seiner geradlinig gleichförmigen Bewegung von Feldern begleitet, die charakteristisch für seine Bewegung und das jeweilige Medium sind. Wenn sich das Teilchen der Trennfläche nähert und diese durchquert, kommt es zu einem Umordnungsprozess, d.h. es werden Teile des Feldes als Übergangsstrahlung emittiert.[10]

2.2.3. Ginzburg-Frank-Gleichung

Ein einzelnes Elektron bewegt sich von Medium 1 (Vakuum) mit Dielektrizitätskonstante $\epsilon_1 = 1$ nach Medium 2 (leitendes Material) mit $\epsilon_2 = \epsilon$. Die Ginzburg-Frank-Gleichung beschreibt die in den rückwärtigen Halbraum emittierte Strahlungsenergie W wie folgt[11]:



Abbildung 12.: Schema der in den rückwärtigen Halbraum emittierten OTR

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^3 \epsilon_0 c} \frac{\beta^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \frac{(\epsilon - 1)^2 (1 - \beta^2 + \beta \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta})}{(1 + \beta \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta})^2 (\epsilon \cos \theta + \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta})^2}$$
(2.57)
$$= W_1(\omega, \theta)$$
(2.58)

$$W = \int_{0}^{\gamma\omega_p} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} W_1(\omega, \theta) \, d\omega \, d\phi \, \sin\theta d\theta \tag{2.59}$$

$$\approx \frac{2}{3} \alpha_{Feinstruktur} \gamma \omega_p \tag{2.60}$$

wobei $d^2W/d\omega d\Omega$ die spektrale Energiedichteverteilung, ω die Kreisfrequenz der OTR, ω_p die Plasmafrequenz des Mediums 2, θ den Polarwinkel der Emission und $\beta = v/c$ die relative Geschwindigkeit der Elektronen darstellt [11][12].

Ein ab der Trennfläche unendlich ausgedehntes metallisches Medium 2 fungiert als "idealer Spiegel", d.h. das Phänomen der Übergangsstrahlung kann als

Annihilation am Ort des Übergangs unserer Ladung e, die sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} entlang der z-Achse bewegt, mit einer virtuellen Ladung -e, die sich mit $-\vec{v}$ auf e zubewegt, verstanden werden.

Es gilt somit für Frequenzen im sichtbaren Bereich:

$$\epsilon \to \infty$$
 (2.61)

Die Gleichung (2.57) geht mit (2.61) in die Form

$$W_1(\theta) = \frac{e^2}{4\pi^3 \epsilon_0 c} \frac{\beta^2 \sin^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2}$$
(2.62)

über. Es ist hier direkt ersichtlich, dass die abgestrahlte Leistung von der Frequenz der OTR unabhängig ist, d.h. der gesamte sichtbare Bereich eignet sich gleichermaßen zur Messung.

Den Winkel der maximal abgestrahlten Leistung θ_{Pmax} erhält man aus Gleichung (2.62) wie folgt:

$$\frac{dW_1(\theta)}{d\theta} = \frac{e^2}{4\pi^3\epsilon_0 c} \frac{\beta^2 \sin 2\theta}{(1-\beta\cos^2\theta)^3} \cdot (1-\beta^2-\beta^2\sin^2\theta) = 0$$
(2.63)

Der zweite Ausdruck muss Null werden:

$$\Rightarrow (1 - \beta^2 - \beta^2 \sin^2 \theta) = 0 \tag{2.64}$$

Diese Bedingung wird erfüllt, wenn

$$\theta_{Pmax} = n \cdot \pi \pm \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}\right)$$
$$\stackrel{n=0}{=} \pm \sin^{-1}\left(\frac{1}{\beta\gamma}\right)$$
$$\approx \pm \frac{1}{\beta\gamma}$$
(2.65)

2.2.4. Übergangsstrahlung am geneigten Target

Trifft das geladene Teilchen unter einem Winkel auf Medium 2 muss die Beschreibung der OTR verallgemeinert werden. Die Beschreibung der Energiedichteverteilung wird nun aufgrund der Polarisation der Übergangstrahlung in zwei Komponenten aufgeteilt. $W_1^{||}$ polarisiert in der Reflexionsebene (aufgespannt von



Abbildung 13.: Energiedichteverteilung der Übergangsstrahlung für verschiedene Lorentzfaktoren

 \vec{v} und der z-Achse) und W_1^{\perp} polarisiert in der dazu normalen Ebene. Die beiden Intensitäten können wie folgt ausgedrückt werden [13][14]:

$$W_1^{||} = \frac{e^2}{4\pi^3\epsilon_0 c} \left(\frac{\beta\cos\psi(\sin\theta - \beta\cos\phi\sin\psi)}{(1 - \beta\sin\theta\cos\phi\sin\psi)^2 - \beta^2\cos^2\theta\cos^2\psi}\right)^2 \tag{2.66}$$

$$W_1^{\perp} = \frac{e^2}{4\pi^3\epsilon_0 c} \left(\frac{\beta^2\cos\psi\cos\theta\sin\phi\sin\psi}{(1-\beta\sin\theta\cos\phi\sin\psi)^2 - \beta^2\cos^2\theta\cos^2\psi}\right)^2$$
(2.67)

Hier beschreibt ψ den Winkel zwischen Flugrichtung \vec{v} des geladenen Teilchens und der Normalen auf Medium 2, θ den Winkel zwischen Normaler auf Medium 2 und der Projektion des Wellenvektors der OTR \vec{k} auf die Reflexionsebene und ϕ den Winkel zwischen \vec{k} und der Reflexionsebene.

Betrachtet man die spezielle Konfiguration aus dem vorherigen Kapitel, nämlich ein Teilcheneinfallswinkel $\psi = 0$, geht die Gleichung (2.66) in die Ginzburg-Frank-Gleichung (2.62) über und der Beitrag von (2.67) verschwindet.

Wählt man $\psi = 45^{\circ}$ ist aus den Gleichungen (2.66) und (2.67) und Abbildung 16 ersichtlich, dass man die maximal abgestrahlte Leistung unter $90^{\circ} \pm 1/\beta\gamma$

detektieren, und somit einen Detektor mit genügend großer Apertur unter 90° zum Strahl der geladenen Teilchen platzieren kann.



Abbildung 14.: Schema für den schrägen Durchgang des Elektrons von Medium 1 nach 2

Für relativistische Teilchen mit genügend hoher Energie ($\gamma > 1$) ist dieses Modell auch realistisch für Übergangsstrahlung am dünnen Target, z.B. einer Folie [9]. Am Übergang vom Inneren der Folie (Medium 2) zum Vakuum (Medium 1) entsteht OTR in Vorwärtsrichtung mit einer Winkelverteilung äquivalent zur Rückwärtsrichtung ($\theta_{Pmax} + \pi$) (Abbildung 17).

2.3. Quadrupolscan

Mit den erläuterten Konzepten der Strahlmatrix, der Transportmatrizen und der Aufnahme des Strahlflecks durch optische Übergangsstrahlung kann man eine Methode zur Strahlmatrix- und Emittanzbestimmung finden. Da σ_{11} über die Strahlausdehnung $x_{max} = \sqrt{\sigma_{11}}$ die einzig direkt messbare Größe der Strahlmatrix ist, muss man die Strahloptik mittels eines Quadrupols variieren. Der Quadrupolscan kann wegen der Entkopplung der Transportmatrizen in der horizontalen und vertikalen Ebene getrennt durchgeführt werden, was die Berech-



Abbildung 15.: Energiedichteverteilung in Rückwärtsrichtung



Abbildung 16.: Energie
dichteverteilung unter 90^0 an einem um 45^0 gen
eigten Medium 2



Abbildung 17.: Schema für geraden und schrägen Durchgang des Elektrons durch eine Folie

nung deutlich erleichtert. Die Strahlmatrix transformiert nach Gleichung (2.48) wie folgt:

$$\sigma(z) = R \cdot \sigma(0) \cdot R^T \tag{2.68}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11}(z) & \sigma_{12}(z) \\ \sigma_{12}(z) & \sigma_{22}(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11}(0) & \sigma_{12}(0) \\ \sigma_{12}(0) & \sigma_{22}(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{11} & R_{21} \\ R_{12} & R_{22} \end{pmatrix}$$
(2.69)

Die quadrierte Strahlausdehnung σ_{11} wird demnach folgendermaßen entlang der Strahlführung transformiert:

$$\sigma_{11}(z) = R_{11}^2 \sigma_{11}(0) + 2R_{11}R_{12}\sigma_{12}(0) + R_{12}^2 \sigma_{22}(0)$$
(2.70)

Die Transportmatrix eines Quadrupols (2.28) und (2.29) ergibt sich in der Näherung einer *dünnen Linse* zu:

$$R_x^{Quadrupol} = \begin{pmatrix} 1 & 0\\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0\\ -kL & 1 \end{pmatrix}$$
(2.71)

Dies kann man auch als Kleinwinkel-Näherung verstehen. Sie ist hinreichend einfach, um die zum Quadrupolscan gehörenden Gleichungen analytisch zu lösen. In der Praxis sollte die ursprüngliche Matrix (2.28) genutzt werden.

Die Transportmatrix des Drifts (2.30) bleibt für die in dieser Arbeit verwendeten Quadrupole unverändert:

$$R_x^{Drift} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(2.72)

Die Driftstrecke ist der Abstand vom Quadrupol zum Ort der Messung.

$$R_x = R_x^{Drift} \cdot R_x^{Quadrupol} = \begin{pmatrix} 1 - kLd & d \\ -kL & 1 \end{pmatrix}$$
(2.73)

Aus der allgemeinen Gleichung (2.70) wird mit Matrix (2.73) eine quadratische Gleichung für die Änderung von σ_{11} in Abhängigkeit von der Quadrupolstärke k am Ort des Schirms (siehe Abbildung 18).

$$\sigma_{11}(k) = (1 - kLd)^2 \sigma_{11}(0) + 2d(1 - kLd)\sigma_{12}(0) + d^2 \sigma_{22}(0)$$

= $\sigma_{11}(0)L^2 d^2 \cdot k^2 + (2Ld\sigma_{11}(0) - 2Ld^2\sigma_{12}(0)) \cdot k + (\sigma_{11}(0) + 2d\sigma_{12}(0) + d^2\sigma_{22}(0))$
(2.74)



Abbildung 18.: Prinzip des Quadrupolscans. Fokussierung des Teilchenstrahls an den Stellen F_1 , F_2 und F_3 in einer Ebene in Abhängigkeit der Quadrupolstärke k

Messungen der Strahlbreite $2 \cdot x_{max}$ mit $x_{max} = \sqrt{\sigma_{11}}$ bei drei (oder mehr) verschiedenen Quadrupolstärken k am Ort des Schirms ermöglicht einen Parabelfit der Form (siehe Abbildung 19):

$$y(k) = a \cdot k^2 + b \cdot k + c \tag{2.75}$$

Aus den Faktoren a, b, c des Parabelfits lassen sich $\sigma_{11}(0), \sigma_{11}(0), \sigma_{11}(0)$ und somit die Strahlmatrix an der Stelle des Quadrupols bestimmen.

Abbildung 19.: Parabelfit an die in Abbildung 18 angedeuteten Messpunkte

2.4. Objektraum-Auflösung

Die Objektraum-Auflösung wird untersucht, um bei der Vermessung der Strahlbreite und somit auch der Emittanzmessung systematische Fehler zu vermeiden. Sie gibt den minimal auflösbaren Punkt eines optischen Systems an, d.h. ab einer bestimmten minimalen Größe eines Objektes wird das Objekt als Bild dieser minimalen Größe dargestellt, obwohl es kleiner sein könnte. Die Objektraum-Auflösung x_{min}^{Objekt} ergibt sich nach [15] aus:

$$PMAG = \frac{x_{sensor}}{x_{fov}} \tag{2.77}$$

wobei PMAG der Hauptvergrößerungsfaktor des optischen Systems (engl.: primary magnification), x_{sensor} die Größe des Kamerasensors und x_{fov} das Sichtfeld (engl.: field of view) in horizontaler Ebene ist.

$$x_{min}^{Objekt} \quad [lp/mm] = PMAG \cdot x_{min}^{Bild} \quad [lp/mm] \tag{2.78}$$

Hierbei ist x_{min}^{Bild} die Bildgröße für Objekte der Größe x_{min}^{Objekt} und kleiner. Die Einheit lp/mm sind Linienpaare pro mm, wobei ein Linienpaar aus zwei Pixelbreiten x^{Pixel} des Sensors besteht.

$$x_{min}^{Objekt}$$
 $[\mu m] = \frac{1000\mu m}{2 \cdot x_{min}^{Objekt} \ [lp/mm]} = \frac{x^{Pixel} \ [\mu m]}{PMAG}$ (2.79)

Mit der Objektraum-Auflösung kann man hier z.B. die Nutzbarkeit stark fokussierter Messpunkte im Rahmen des Quadrupolscans beurteilen.

3. Emittanzmessung

3.1. Vorbereitung

Die effektivste Möglichkeit an einem sich in Betrieb befindlichen Beschleuniger eine Emittanzmessung via Quadrupolscan durchzuführen, ist einen bereits in der Strahlführung installierten Quadrupol zu nutzen. An der *Strahlführung SF35* von MAMI sind die Magnetparameter nicht dokumentiert, so dass zunächst der Gradient g und die Eichung der Bestromung I_{MAMI} zu I_{REAL} bestimmt werden musste. Die Quadrupole an SF35 lassen sich dazu leider nicht demontieren.



Abbildung 20.: Schematische Darstellung der Strahlführung SF35 an MAMI

Der Quadrupol *SF35quad06* wurde wegen seiner Zugänglichkeit, seiner im Verhältnis zum Strahlrohr großen Apertur und wegen der Existenz zweier (zumindest optisch) baugleicher Quadrupole (*QuadA* und *QuadB*), die sich nicht in Benutzung befanden, ausgewählt. Gelingt es SF35quad06 innerhalb entsprechender Fehlergrenzen mit QuadA oder QuadB zu identifizieren, können diese, auch zur Verwendung im geforderten Fokussierungssystem, genauer vermessen werden. Zuerst wurde der Quadrupol in der Strahlführung geometrisch vermessen, dann vom MAMI-Kontrollsystem getrennt, um ihn mit einem externen Netzteil

3. Emittanzmessung

(Toellner TOE 8951) zu betreiben, eine group3 Hall-Sonde in horizontaler Ebene am Strahlrohr befestigt und Feldwerte für verschiedene Bestromungen notiert. Die Position der Hall-Sonde im Verhältnis zur Quadrupolgeometrie wurde mit einem Messschieber vermessen und notiert. Danach wurde der Quadrupol wieder mit dem MAMI Kontrollsystem verbunden und eine Eichkurve der Einstellungen des MAMI Kontrollsystems zu den real fließenden Strömen im Quadrupol aufgenommen. Der Fehler der Eichung ergibt sich aus den vom Hersteller gemachten Angaben zur Genauigkeit des verwendeten Multimeters (UNI-T UT132C). Durch einen linearen Fit der Messwerte und den dementsprechenden Messfehlern erhält man den Zusammenhang

$$I_{REAL}(I_{MAMI}) = 0,2862(\pm 0,0057) \cdot I_{MAMI} - 0,0016(\pm 0,00499)$$
(3.1)

Die folgenden Magnetmessungen wurden an einem Messstand aufgenommen, der im Rahmen der Masterarbeit von C. Stoll [16] aufgebaut wurde. Die zuvor benutzte Hall-Sonde wurde mit Hilfe des computergesteuerten x-y-z-Achsensystems genau an die Position relativ zur QuadA und QuadB Quadrupolgeometrie gefahren, die am Strahlrohr zur Messung von SF35quad06 genutzt wurde. Der Feldfehler ergibt sich aus den Herstellerangaben des Gaussmeters group3 DT150 und eines geschätzten Ablesefehlers für den verwendeten Messschieber $\Delta x_{Messschieber} = 0,5 mm$.

Aus Abbildung 21 ist ersichtlich, dass die Felder von SF35quad06, Quad A und Quad B sehr ähnlich sind, wobei für das weitere Vorgehen Quad A mit SF35quad06 identifiziert wurde. Die Größe der dargestellten Messpunkte wurde wegen der Sichtbarkeit entsprechend angepasst.

3.2. Vermessung der Quadrupole

Die Messung wurde mittels eines Lakeshore 455 DSP Gaussmeters mit einer transversalen Lakeshore Hall-Sonde (HMMT-6J02-VR) durchgeführt. Die Datenaufnahme, die Bestromung des Quadrupols und das Verfahren der Sonde wurde durch selbst geschriebene Perl Skripte (aufbauend auf der Arbeit von C.Stoll) automatisiert. Zuerst erfolgte eine Bestimmung der Feldmitte


Abbildung 21.: Vergleich der Feldgradienten von SF35quad06, Quad A und Quad B an der gleichen Stelle ihrer jeweiligen Geometrie

durch die Feldminima in x- und y-Richtung und durch das Feldmaximum entlang der Sollbahn z, dann Feldkurvenaufnahme der z-Richtung im Abstand von $\Delta x = \pm 10 \ mm$ zur Bestimmung der effektiven Länge L_{eff} und eine Feldstärkenmessung in Abhängigkeit von der Stromstärke I bei Δx im Feldmaximum B_{max} entlang der z-Achse zur Auffindung des Feldgradienten g (siehe Abb Quadrupol). Die Messergebnisse setzen sich aus dem arithmetischen Mittel von 25 hintereinander aufgenommener Datenpunkte und dem entsprechenden Standardfehler zusammen und sind am Beispiel von Quad A in Abbildung 22 dargestellt. Diese Mittelung umfasst somit alle vom Hersteller Lakeshore aufgeführten, messbereichabhängigen Schwankungen.

Der Messtisch hat laut Herstellerangaben eine Wiederholgenauigkeit von weniger als 60 μm , d.h. bei wiederholtem Anfahren eines Punktes unterscheiden sich die erreichten Positionen maximal um $\Delta x_{Messtisch} = 60 \ \mu m$. Aus der Formel für den Feldgradienten

$$g = \frac{\partial B}{\partial x} \tag{3.2}$$

und der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung ergeben sich die in den folgenden Abbildungen eingezeichneten Fehlerbalken. Für jeden Quadrupol wurden jeweils



Abbildung 22.: 100 Magnetfeldmessungen an Quad A in 50 Sekunden

vier Datensätze, rechts und links der Sollbahn in horizontaler und in vertikaler Ebene aufgenommen.

3.2.1. Quad A



Abbildung 23.: Foto von Quad A

Die Feldgradienten ergeben sich aus

$$g = \frac{B_{max}}{x_0} \tag{3.3}$$

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{\Delta B_{max}}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{B_{max}\Delta x_0}{x_0^2}\right)^2} \tag{3.4}$$

mit B_{max} dem maximalen Feld parallel zur z-Achse im Abstand $x_0 = 10 \ mm$ von der Sollbahn, ΔB_{max} dem zugehörigen Fehler und $\Delta x_0 = 60 \ \mu m$ der Wiederholgenauigkeit.

Die effektiven Längen der Quadrupole folgen mit

$$L_{eff} = \frac{In}{B_0} \tag{3.5}$$

$$\Delta L_{eff} = \sqrt{\left(\frac{\Delta In}{B_{max}}\right)^2 + \left(\frac{In\Delta B_{max}}{B_{max}^2}\right)^2} \tag{3.6}$$

wobei In das Integral über eine von *Mathematica* entlang der Messwerte interpolierte Funktion in den Grenzen des Messbereichs mit einer jeweiligen Abschätzung für den Feldverlauf außerhalb des Messbereichs ist. Diese

Abschätzung wurde mittels einer an die jeweils 6 äußeren Messwerte gefittete kubische Funktion gemacht (siehe Abbildung 24). Die Integralgrenzen dieser Funktion sind ihre Nullstelle und der Rand des Messbereichs.



Abbildung 24.: Interpolation der Messwerte (rot) und Abschätzungen der Ränder mit den gefitteten Punkten (grün)

Die Abschätzung des Feldes außerhalb des Messbereichs wurde aus Gründen der Übersicht nicht in den B-Feld Graphen verzeichnet, aber bei der Berechnung beachtet. ΔIn ergibt sich aus der Differenz der Integrale von Interpolationen entlang der oberen bzw. unteren Grenzen der Fehlerbalken mit entsprechender Randabschätzung und In, d.h. mit Interpolation I der Messwerte B(z), Interpolation I_{max} der Messwerte $B(z) + \Delta B(z)$ und Interpolation I_{min} der Messwerte $B(z) - \Delta B(z)$ folgt

$$\Delta In = \int I_{max} + (z)dz - \int I(z)dz = \int I(z)dz - \int I_{min}(z)dz \qquad (3.7)$$

In horizontaler Ebene ergeben sich die Gradienten durch einen linearen Fit der Messwerte und der Messfehler mit Hilfe von *Mathematica* wie in Abbildungen 25 und 26 zu sehen. Für diese Messung wurde der Quadrupol um 90° im Uhrzeigersinn gedreht. Die Fehler sind sehr klein, weshalb die Fehlerbalken nicht zu erkennen sind.

$$g_k(I) = g'_k(I) \pm \Delta g'_k(I) \tag{3.8}$$

$$g_1(I) = -0,9447 \ (\pm 0,0081) \cdot I - 0,0047 \ (\pm 0,0001) \ [T/m] \tag{3.9}$$

$$g_2(I) = +0,9497 \ (\pm 0,0080) \cdot I - 0,0012 \ (\pm 0,0000) \ [T/m] \tag{3.10}$$

Die effektiven Längen ${\cal L}_{eff}$ sind nach den Gleichungen 3.5 und 3.6

$$L_{eff1}(I) = 48,8869 \ (\pm 0,5733) \ [mm] \tag{3.11}$$

$$L_{eff2}(I) = 48,7823 \ (\pm 0,5719) \ [mm] \tag{3.12}$$



Abbildung 25.: Der Feldgradient von Quad A in horizontaler Ebene 10mm rechts der Sollbahn in Tesla pro Meter

In vertikaler Ebene funktioniert die Berechnung natürlich äquivalent, die entsprechenden Messungen sind in den Abbildungen 56 bis 59 im Anhang zu sehen. In vertikaler Ebene ist der Feldgradient und die effektive Länge

$$g_3(I) = -0,9443 \ (\pm 0,0057) \cdot I - 0,0047 \ (\pm 0,0000) \ [T/m] \tag{3.13}$$

$$g_4(I) = +0,9504 \ (\pm 0,0057) \cdot I - 0,0012 \ (\pm 0,0000) \ [T/m] \tag{3.14}$$



Abbildung 26.: Der Feldgradient von $Quad\;A$ in horizontaler Ebene10mm links der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 27.: Die Feldstärke parallel zur z-Achse von Quad A in horizontaler Ebene 10mm rechts der Sollbahn in Tesla pro Meter





Abbildung 28.: Die Feldstärke parallel zur z-Achse Quad A in horizontaler Ebene 10mm links der Sollbahn in Tesla pro Meter

Die effektiven Längen L_{eff} sind

$$L_{eff3}(I) = 49,0334 \ (\pm 0,5739) \ [mm] \tag{3.15}$$

$$L_{eff4}(I) = 48,6295 \ (\pm 0,5708) \ [mm] \tag{3.16}$$

Der Unterschied des Achsenabschnitts der beiden Gradientenpaare $g_1(I)$ und $g_3(I)$ zu $g_2(I)$ und $g_4(I)$ liegt außerhalb des angegebenen Fehlerbereichs, kann aber nicht auf eine Verkippung der Sonde zurückgeführt werden, da die beiden gleichen Partner jeweils auf der gegenüberliegenden Seite der Sollbahn gemessen wurden. Die Differenz der negativen zu den positiven Feldern liegt mit ca. $40\mu T$ im Bereich des vertikalen Erdmagnetfeldes in Mitteleuropa [17]. Die effektive Länge stimmt innerhalb der Fehlergrenzen gut überein.

Für die Rechnung in linearer Strahloptik bietet es sich an den Mittelwert der effektiven Längen und der Absolutbeträge der Gradienten zu bilden. Die Einzelfehler sind nicht statistisch verteilt, weshalb keine Fehlerfortpflanzung, sondern nur eine Mittelung der Fehler erfolgt.

$$F_{QuadA} = \frac{|F_1| + |F_2| + |F_3| + |F_4|}{4} \tag{3.17}$$

(3.18)

$$\Delta F_{QuadA} = \frac{\Delta |F_1| + \Delta |F_2| + \Delta |F_3| + \Delta |F_4|}{4} \tag{3.19}$$

$$g_{QuadA}(I) = 0,9473 \ (\pm 0,0069) \cdot I \ -0,0030(\pm 0,0000) \ [T/m] \ (3.20)$$

$$L_{QuadA} = 48,8330 \ (\pm 0,5725) \qquad [mm] \qquad (3.21)$$

Für die Quadrupole Quad B und SFTFquak07, die später auch im Fokussierungssystem verwendet werden sollen, gilt nach Anhang A.1.2 und A.1.3

$$g_{QuadB}(I) = 0,9437 \ (\pm 0,0057) \cdot I \ -0,0039(\pm 0,0000) \qquad [T/m] \qquad (3.22)$$
$$L_{QuadB} = 49,0416 \ (\pm 0,5742) \qquad [mm] \qquad (3.23)$$

$$g_{SFTFquak07}(I) = 0,3587 \ (\pm 0,0021) \cdot I \ -0,0030(\pm 0,0000) \qquad [T/m] \ (3.24)$$
$$L_{SFTFquak07} = 58,1700 \ (\pm 0,8638) \qquad [mm] \ (3.25)$$

3.3. Messung der Übergangsstrahlung

Die Energie der Elektronen in der Strahlführung SF35 an MAMI beträgt $3,5 \ MeV$, was nach Gleichung 2.65 einen Winkel für die maximal abgestrahlte Übergangsstrahlungsleistung

$$\theta_{Pmax} = 0,146 \ rad = 8,456^{\circ} \tag{3.26}$$

ergibt.

3.3.1. OTR Target

Um die Messung durchzuführen wurde eine Halterung für das gebräuchliche Material für Medium 2, Aluminium konstruiert. Sie wird in das Vakuum des Beschleunigers eingebracht und mit Hilfe eines Motors entlang der y-Achse vertikal verfahren. Aluminiumfolie wurde ausgewählt, da Aluminium kostengünstig ist und sich durch seine geringe Dichte im Elektronenstrahl nicht zu stark aufheizt. Die Halterung, die in Abbildung 29 gezeigt ist, trägt die $15\mu m$ dicke Aluminiumfolie unter den Winkeln 45° und 41°. Unter einer Drehung von 41° der Folie zur Sollbahn liegt die optische Achse des System bei 82°, d.h. bei einer Beobachtung unter 90° sieht man wegen $\theta_{Pmax} \approx 8°$ das Maximum der Übergangsstrahlungsleistung. Zu beachten ist in diesem Fall, dass diese Drehung eine Stauchung des Strahlfleckbildes zur Folge hat.

3.3.2. Optisches System

Zur Detektion der Strahlung wurde eine Netzwerkkamera VC4067 des Herstellers Vision Components benutzt. Aus Gleichung 2.4 und den Herstellerangaben ergibt sich der Durchmesser des minimal auflösbaren Punktes zu

$$x_{min}^{Objekt} = 38,7\mu m \tag{3.27}$$

Eine weitere Fehlerquelle bei der Detektion der optischen Übergangsstrahlung sind Abberationseffekte des optischen Systems. Das sogenannte Beugungsscheibchen gibt den Durchmesser einer Lichtscheibe an, die durch einen Punkt des beobachteten Objekts erzeugt wird. Nach [18]

$$d = 2,44\lambda \frac{f}{b} \tag{3.28}$$



Abbildung 29.: Schematische Darstellung der Halterung für die zur OTR Messung genutzten Aluminiumfolien

ist dieses mit $\lambda = 700nm$ als Obergrenze des sichtbaren Spektrums, f = 8mm der Brennweite des verwendeten Objektives und $\frac{f}{b} = \frac{f}{1.4}$ als maximale Blendenzahl dieses Objektives

$$d_{max} = 9,76\mu m$$
 (3.29)

Das Vakuumfenster begrenzt mit einem Durchmesser von 22 mm die Apertur dieses Systems nicht. Die Umsetzung der PNG (engl: portable network graphics) der Kamera in ortsabhängige Belichtungsstärke bzw. Intensität wurde mit *ImageJ* [19], einem Bildbearbeitungsprogramm zur Verarbeitung wissenschaftlicher Daten durchgeführt. Die Auswertung kann hiermit auf den Strahlfleck der OTR und dessen unmittelbare Umgebung beschränkt werden, weshalb Einzelausschläge des Kamerachips durch z.B. Gammastrahlung vernachlässigt werden konnte (siehe Abbildung 30).

3.3.3. Quadrupolscan an SF35

Der Abstand zwischen dem zur Vermessung genutzten Quadrupol SF35quad06 und dem Übergangsstrahlungstarget beträgt

$$d_{Drift06} = 2,712m \tag{3.30}$$



Abbildung 30.: OTR Strahlfleck und Einzelausschläge des Kamerachips z.B. im roten Kreis

Die aufgenommene Übergangsstrahlung in Abbildungen 82 und 83 wurde mit einem $20\mu A \ cw$ -Strahl der Elektronenkanone EKAN auf dem 41° geneigten Target erzeugt. Dieses Target wurde aufgrund des deutlicheren Signals gewählt. Im Abbildung 32 sind die Gaußfits des gleichen Strahlflecks in y-Richtung für beide Winkel abgebildet.

Alle OTR-Strahlflecken sind mindestens um Faktor 2 größer als die Objektraum-Auflösung, weshalb dadurch keine Beeinträchtigung entsteht. Die Auswertung erfolgte erneut mit einem selbstgeschriebenen *Mathematica* Skript, das eine Gaußverteilung an die Daten anfittet, die Standardabweichung dieser Verteilungen mit $\sqrt{\sigma_{11}}$ der Strahlmatrix identifiziert und in Anlehnung an 2.3 die Strahlmatrix am Ort des Quadrupols *SF35quad06* bestimmt. Hier wurde die *dünne Linse*-Näherung nicht benutzt, sondern Gleichung (2.70) numerisch mit Mathematica gelöst. Die Güte der parabelförmigen Fits (Abbildungen 35 und 36) wurde mit Hilfe der über die Anzahl der Freiheitsgrade des Fits normierte Summe der Residuenquadrate $\frac{\chi^2}{d.o.f.}$ bewertet. In horizontaler Ebene ist $\frac{\chi^2}{d.o.f.} = 0,576$, in vertikaler Ebene $\frac{\chi^2}{d.o.f.} = 1,463$. Diese Werte liegen nah genug am Idealwert 1, so dass die Fits als hinreichend genau betrachtet werden können.



Abbildung 31.: Theoretische Intensitätsverteilung des geneigten Targets mit dem für die Kamera sichtbaren Raumwinkel im Bereich der schwarzen gestrichelten Linien



Abbildung 32.: Gaußfits des selben Strahlflecks unter verschiedenen Winkeln des Targets



(a) $I_{MAMI} = -1, 6A$

(b) $I_{MAMI} = -1, 4A$



(c) $I_{MAMI} = -1, 2A$

(d) $I_{MAMI} = -1, 0A$



(e) $I_{MAMI} = -0, 8A$

(f) $I_{MAMI} = -0, 6A$





Abbildung 34.: Gaußfit der OTR Daten für verschiedene im MAMI-Kontrollsystem gewählte SF35quad06 Bestromungen bei horizontaler Fokussierung

In horizontaler Ebene folgt hiermit

$$\sigma_x(0) = \begin{pmatrix} 0, 2162 \begin{pmatrix} +0, 0113 \\ -0, 0122 \end{pmatrix} & -0, 3333 \begin{pmatrix} +0, 0168 \\ -0, 0111 \end{pmatrix} \\ -0, 3333 \begin{pmatrix} +0, 0168 \\ -0, 0111 \end{pmatrix} & 0, 5154 \begin{pmatrix} +0, 0070 \\ -0, 0074 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$
(3.31)
$$= \varepsilon_x \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \end{pmatrix}$$
(3.32)

$$=\varepsilon_x \begin{pmatrix} -\alpha & \gamma \end{pmatrix} \tag{3.32}$$

$$\varepsilon_x^{1\sigma} = 0,0192 \begin{pmatrix} +0,0005\\ -0,0005 \end{pmatrix}$$
 [mm mrad] (3.33)

$$\varepsilon_x^{1\sigma,inv} = \beta\gamma\varepsilon = 0,1300 \begin{pmatrix} 0,0031\\-0,0032 \end{pmatrix} \qquad [mm \ mrad] \ (3.34)$$

wobei $\varepsilon_x^{1\sigma,inv}$ die invariante Emittanz beschreibt. Die Fehler ergeben sich aus der Berechnung der Strahlmatrix mit den Ober- bzw. Untergrenzen der fehlerbehafteten Größen I_{real} , g und L_{eff} .

Für die vertikale Ebene folgt analog



Abbildung 35.: Fit an σ_{11} für unterschiedliche Quadrupolstärken bei Fokussierung in horizontaler Ebene



Abbildung 36.: Fit an σ_{11} für unterschiedliche Quadrupolstärken bei Fokussierung in vertikaler Ebene

$$\sigma_{y}(0) = \begin{pmatrix} 0, 1344 \begin{pmatrix} +0, 0070 \\ -0, 0074 \end{pmatrix} & -0, 0882 \begin{pmatrix} +0, 0038 \\ -0, 0036 \end{pmatrix} \\ -0, 0882 \begin{pmatrix} +0, 0038 \\ -0, 0036 \end{pmatrix} & 0, 0608 \begin{pmatrix} +0, 0018 \\ -0, 0018 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$
(3.35)
$$\varepsilon_{y}^{1\sigma} = 0, 0197 \begin{pmatrix} +0, 0006 \\ -0, 0006 \end{pmatrix}$$
[mm mrad] (3.36)
$$\varepsilon_{y}^{1\sigma,inv} = \beta \gamma \varepsilon = 0, 1330 \begin{pmatrix} 0, 0038 \\ -0, 0040 \end{pmatrix}$$
[mm mrad] (3.37)

Literaturwerte für Emittanzen $\varepsilon_{x,y}$ an MAMI im Bereich der SF35 Strahlführung (A. Streun - Die 100keV Elektronenkanone für MAMI B [20], H.Braun - Choppersystem für den Injektorlinac des Mainzer Mikrotrons [21]) liegen mit $\varepsilon_{x,y}^{1\sigma,inv} \approx 0.1 \ mm \ mrad$ im gleichen Bereich, was für die Qualität dieser Messung spricht.

4.1. Schematischer Aufbau

Um den Elektronenstrahl in beiden Ebenen zu fokussieren sind zwei entgegengesetzt gepolte Quadrupole nötig. Mit einem weiteren Quadrupol kann man bei starker Fokussierung der ersten beiden die Strahlform so korrigieren, dass sie kreisförmig wird, weshalb ein Quadrupoltriplett als Fokussierungssystem ausgewählt wurde. Die begrenzenden Parameter dieses Aufbaus sind zum einen die Geometrie der vorhandenen Strahlführung (siehe Abbildung 37), die unter anderem ein permanentes Experiment (Mott-Polarimeter [23]) zur Bestimmung des Polarisationsgrades des Elektronenstrahls der polarisierten Elektronenquelle an MAMI (PKAN) enthält und zum anderen die zur Verfügung stehenden Quadrupole. Das Strahlrohr hinter dem o.g. Mott-Polarimeter muss gegen eines, dessen geringerer Durchmesser durch die Apertur der vermessenen Quadrupole (4,2 cm) passt, getauscht werden. Da ein solches Strahlrohr mit geringerem Durchmesser jedoch die Messungen des Mott-Polarimeters stört ist ein Rückbau erforderlich. Eine Vakuumkammer für das Experiment ist vorhanden. Sie ist mit einer Vorrichtung (genannt Scanner), die es erlaubt verschiedene Targets auf einen Targethalter in den Elektronenstrahl zu fahren, ausgestattet. Die Abstände der Quadrupole des Tripletts wiederum sind durch die an MAMI übliche Tripletthalterung für Magnete dieses Formats gegeben und für die Energien an SF35 üblich.



Abbildung 37.: Seitliches Schema der modifizierten Strahlführung

4.2. Das Quadrupol-Triplett

Die zuvor vermessenen Quadrupole wurden wie in Abbildung 37 zu sehen verbaut.

$$QuadA = SF35quad11, \ L_{11} = 41, 3mm, \ L_{11,eff} = 48, 8mm$$
 (4.1)

$$QuadB = SF35quad12, L_{12} = 41, 4mm, L_{12,eff} = 49, 0mm$$
 (4.2)

 $SFTFquak07 = SF35quad13, L_{13} = 50,9mm, L_{13,eff} = 58,2mm$ (4.3)

(4.4)



Abbildung 38.: Schema des Quadrupoltripletts

Die in Abbildungen 38 dargestellten Driftstrecken ändern sich wegen den effektiven Längen der Quadrupole.

$$d_{11} = 0,0290m, \rightarrow d'_{11} = 0,0214m$$
 (4.5)

$$d_{12} = 0,0350m, \rightarrow d'_{12} = 0,0276m$$
 (4.6)

$$d_{13} = 0,2900m, \rightarrow d'_{13} = 0,2864m$$
 (4.7)

Die einzelnen Quadrupolstärken k von SF35quad11 bis 13 ergeben sich nach

$$k = \frac{e}{p} \cdot g(I_{REAL}) \tag{4.8}$$

mit einer Bestromung von $I_{REAL} = 1A$ zu

$$k_{11}(1A) = 82 \tag{4.9}$$

$$k_{12}(1A) = 81,8 \tag{4.10}$$

$$k_{13}(1A) = 29,5 \tag{4.11}$$

Die Bestromung mit $I_{REAL} = 1A$ wurde für jeden der Magnete über mehrere Tage getestet und führte nur zu einer leichten Erwärmung.

Mit dem Programm *Beamoptik v2* konnte die Leistungsfähigkeit des Quadrupoltripletts bestätigt werden. Ein paralleler Strahl mit Durchmesser 2 mm kann mit Hilfe des Tripletts auf $100 \ \mu m$ bzw. $250 \ \mu m$ fokussiert werden (Abbildung 39). Die dafür eingesetzten Quadrupolstärken



Abbildung 39.: Fokussierung eines beliebigen parallelen Strahls

$$k_{11} = 26,5 \tag{4.12}$$

$$k_{12} = 21, 2 \tag{4.13}$$

$$k_{13} = 15,8 \tag{4.14}$$

können problemlos erreicht werden. Auf diesem Weg ist es auch möglich die Quadrupolparameter für den realen Strahl weiter zu optimieren, worauf im Rahmen dieser Arbeit aber aus zeitlichen Gründen verzichtet wurde.

5.1. Vorbereitungen

Aufgabenstellung war es, 4 Targets aus verschiedenen Titanlegierungen verfahrbar im Strahlvakuum zu platzieren. Die Targets sollten elektrisch isoliert aufgehängt werden, um zum einen Temperaturmessungen der Targets und zum anderen Strahlstrommessungen auf den Targets zu ermöglichen.

Daraufhin wurde ein, mit den an MAMI eingesetzten verfahrbaren Vakuumbälgen (*Scanner*) kompatibler Flansch mit Vakuum-Stromdurchführungen entworfen und in der hauseigenen mechanischen Werkstatt hergestellt (siehe Anhang A.2). Die Targethalterung baut auf bestehenden Konstruktionen auf. Die einzelnen Targets wurden mittels Keramikscheiben und -perlen vom Halter isoliert, die OTR Targetfolie mittels eines Rahmens unter 45° zur Strahlrichtung befestigt (Abbildung 40).

Die beschriebenen Komponenten wurden in die vorhandene Vakuumkammer an der SF35 eingebaut und mit einer Bleiabschirmung umgeben, um die umliegenden elektronischen Geräte vor Schäden durch ionisierende Strahlung (γ , gestreute e^-) zu schützen. Gemessene Dosisleistungen, trotz vorhandener Abschirmung während der Bestrahlung in Halle A von MAMI, sind in Tabelle 5.1 zu sehen.

Ort	Dosisleistung $[mSv/h]$
Wedlerkiste	1.326
Bunker A	2.150
Kamera an Abschirmung	214.372

Tabelle 5.1.: Dosisleistung an verschiedenen Stellen in MAMI Halle A



Abbildung 40.: Die PosiTar Targethalterung und der Stromdurchführungsflansch mit Verfahrstab

Eine neue Kamera mit höherer Auflösung (Vision Components VC6215e nano s/w), d.h. auch mit einer anderen Objektraum-Auflösung von

$$x_{min2}^{Objekt} = 35, 1\mu m$$
 (5.1)

und einem Beugungsscheibchen des Objektives von

$$d_{max2} = 8,3\mu m \tag{5.2}$$

Zum Schutz der Kamera wurde diese über ein Spiegelsystem aufgestellt (siehe Abbildung 41).

5.2. Strahlfleck

Der Strahl wurde nun manuell auf einen kleinstmöglichen runden Strahldurchmesser optimiert. Dazu kamen auch Quadrupole am Anfang der Strahlführung SF35 zum Einsatz. Die optische Übergangsstrahlung wurde an einem um 45° zur Sollbahn geneigten Aluminiumtarget von $20\mu m$ Dicke erzeugt und mit der bereits erwähnten Netzwerkkamera mit einer Belichtungszeit von 200ms aufgenommen. Die Elektronenquelle EKAN wurde mit einem duty cycle von 20%, einer Pulslänge von 2ms und einer Wiederholfrequenz von 100Hz betrieben, der



Abbildung 41.: Die für PosiTar modifizierte Strahlführung SF35 (Elektronenstrahl von rechts)

Peakstrom betrug $50\mu A$.

Die Strahlbreite in horizontaler und vertikaler Ebene wurde durch einen Gaußfit bestimmt.



Abbildung 42.: Strahlfleck mit extrahierten Daten in horizontaler Ebene

Man erhält damit einen Strahlradius

$$\sigma_x = 253.05 \ \mu m \ -\frac{d_{max}}{2} = 248.9 \ \mu m \tag{5.3}$$

$$\sigma_y = 262.55 \ \mu m \ -\frac{d_{max}}{2} = 258.4 \ \mu m \tag{5.4}$$

mit dem Beugungsscheibchendurchmesser $d_{max} = 8.3 \ \mu m$.

Da es möglich war den Strahlstrom auf den Targets zu messen und ein Target mit einem Loch bekannter Größe versehen war, konnte man über die Differenz des Strahlstroms auf dem Target und auf dem Loch, die Strahlgröße auf einem zweiten Weg bestimmen. Dies wurde von Philipp Heil durchgeführt und in einem internen Report beschrieben [22]. Der Strahl wurde in diesem Fall mit einer zweidimensionalen Gaußverteilung modelliert.

Zum Vergleich wurde eine zweite Auswertung der OTR Daten entlang des größten und kleinsten Strahlradius durchgeführt.



Abbildung 43.: Strahlfleck mit extrahierten Daten in vertikaler Ebene



(a) Mikroskopische Aufnahme des von DESY (b) Verkippung des Strahlflecks und des Lochs bereitgestellten Targetlochs

Abbildung 44.: Darstellungen aus [22]



(a) Datenaufnahme am maximalen Radius

(b) Datenaufnahme am minimalen Radius

Abbildung 45.: Verkippte Strahlvermessung

	$\sigma_1 \ [\mu m]$	$\sigma_2 \ [\mu m]$
OTR	281	254
Strahlstrom	319	277
Abweichung	12~%	9~%

Tabelle 5.2.: Strahlparameter aus verschiedenen Messmethoden

Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.2 zu sehen. Die Abweichung rührt wohl daher, dass der Strahl nur bedingt die Form einer zweidimensionalen Gaußverteilung hat, oder weil er nicht mittig durch das Loch fliegt.

5.3. Temperaturmessung auf den Targets

Eine Auflistung, der mittels Typ-K Thermoelementen gemessenen Targettemperaturen, findet sich in Tabelle 5.3 [24].

Material	Dicke $[\mu m]$	Temperatur $[^{\circ}C]$
Ti6Al4V	200	220
Ti (grade 2)	250	170
Ti (grade 2)	140	115

Tabelle 5.3.: Temperatur auf verschiedenen Targets

Der Grund für die niedrigere Temperatur des 250 µm dicken Ti (grade 2) Targets im Vergleich zum dünneren Ti6Al4V Target liegt nach Informationen der Kollegen vom DESY nicht am Materialunterschied. Die Aufweitung des Elektronenstrahls durch Vielfachstreuung könnte zu diesem Temperaturunterschied beitragen.

5.4. Einfluss der Belichtungszeit auf die OTR Messung

Die Belichtungszeit der Kamera sollte so gewählt werden, dass das OTR Signal deutlich zu erkennen ist, aber nicht übersteuert. In Abbildung 46 sind

die Daten desselben Strahlflecks ($I_{PEAK} = 50 \ \mu A$, 20% duty cycle) bei verschiedenen Belichtungsdauern aufgetragen. Tablle 5.4 suggeriert, dass Messungen mit verschiedenen Belichtungszeiten untereinander kompatibel sind, solange sie ein deutliches Signal liefern. Diese Messung wurde am Ende der Strahlzeit durchgeführt, weshalb die in Abbildung 46 zu beobachtende Unregelmäßigkeit des Peaks wahrscheinlich auf eine Beeinträchtigung der OTR Folienoberfläche zurückzuführen ist (Abbildung 47).



Abbildung 46.: OTR Signal und zugehörige Gaußfits für verschiedene Belichtungsdauern

Belichtungsdauer	$100 \mathrm{ms}$	$200 \mathrm{ms}$	$500 \mathrm{ms}$
$\sigma_y \; [\mu m]$	170	182	181

Tabelle 5.4.: Strahlparameter aus verschiedenen Messmethoden

5.5. Einfluss des Strahlstroms auf den Strahlradius

Aufgrund von Raumladungseffekten und der Funktionsweise der thermischen Elektronenquelle an MAMI (*EKAN*), nämlich einer Erhöhung des Stroms durch Vergrößerung der emittierenden Kathodenfläche, steigt der Strahldurchmesser



Abbildung 47.: OTR Folie nach der Strahlzeit mit Verfärbungen aus Reaktionen mit dem Kohlenstoff des Restgases im Vakuum



Abbildung 48.: Bilder der OTR für verschiedene Peakströme

bei Erhöhung des Strahlstroms [20]. Dieser Zusammenhang konnte durch Vermessung des OTR Strahlflecks eines gepulsten Elektronenstrahls (20% duty cycle, 2 ms Pulse, 100 Hz) bei verschiedenen Peakströmen I_{PEAK} bestätigt werden und ist in den Abbildungen 48 und 49 dargestellt. Die Belichtungszeit der Kamera wurde reguliert um Signalübersteuerungen entgegenzuwirken, weshalb die verschiedenen Intensitäten in Abbildung 49 nicht vergleichbar sind. Wie im vorherigen Kapitel bereits gezeigt, hat dies jedoch keinen Einfluss auf die Messung des Strahlfleckdurchmessers.



Abbildung 49.: Gaußfits der verschieden OTR Signale für verschiedene Peakströme

Diese Messungen wurden ausgehend von einem fokussierten Strahlfleck bei $I_{PEAK} = 10 \ \mu A$ durchgeführt, d.h. der Strahl wurde nicht nachfokussiert. Vergleicht man die Aufnahme bei $I_{PEAK} = 50 \ \mu A$ mit Kapitel 5.2 ($\sigma_x = 258 \mu m$)

wird deutlich, dass eine weitere Fokussierung möglich ist. Der Strahlfleckradius verdoppelt sich aber auch in diesem Fall ($I_{PEAK} = 10 \ \mu A$; $\sigma_x = 130 \mu m \rightarrow I_{PEAK} = 50 \ \mu A$; $\sigma_x = 258 \mu m$).

6. Fazit und Ausblick

Zusammenfassend kann man sagen, dass alle Anforderungen an das Quadrupolfokussierungssystem erfüllt wurden. Der für das Experiment erforderliche maximale Strahlradius konnte sogar unterschritten werden. Es wurde gezeigt, dass für ähnliche oder weitere Experimente dieses Projekts (bei entsprechender Vorbereitung) alle für ein solches Experiment nötigen Strahlführungsmodifikationen innerhalb eines Wartungstages durchgeführt werden können, sodass im Laufe des nächsten Tages eine Bestrahlung möglich ist. Die an MAMI verwendeten *Scanner* können mit bis zu 6 Stromdurchführungen ausgestattet werden, was im Rahmen dieser Arbeit Temperaturmessungen an 3 verschiedenen Targets ermöglichte.

Die Targets wurden nach der Bestrahlung wieder an die Kollegen vom DESY übergeben, wo derzeit eine ausführliche Materialprüfung durchgeführt wird. Eine Veröffentlichung dazu wird zur IPAC 2017 erwartet. Abbildung 50 zeigt die Targets nach ihrer Bestrahlung. Mit bloßem Auge war keine Veränderung der Oberfläche zu erkennen. Die dunklen Verfärbungen könnten von einer Reaktion des Metalls mit Kohlenstoff im Restgas des Vakuums herrühren. Das Target ohne Keramikisolierung wurde nicht bestrahlt.

Außerdem konnten zahlreiche Erkenntnisse zur Strahldiagnose bei hohen Peakströmen I_{PEAK} bis zu 100 μA und das damit einhergehende Verhalten der Elektronenkanone EKAN gewonnen werden. Bei $I_{PEAK} = 100 \ \mu A$ erreicht man beispielsweise, im Vergleich zu $I_{PEAK} = 50 \ \mu A$ aufgrund des stark vergrößerten Strahlflecks, keine Erhöhung des Energieeintrags pro Fläche mehr. Wird nach einer Strahlzeit die Vakuumkammer geöffnet, empfiehlt es sich den OTR Schirm zu tauschen, da ähnliche Verfärbungen wie bei den Titantargets festgestellt werden konnten (Abbildung 47). Diese Ablagerungen könnten mit einem, zum Ende der Strahlzeit schlechter werdenden Signal, korreliert sein.

Im Allgemeinen ergab sich, dass OTR als Mittel zur Strahldiagnose, bei den gegebenen Teilchenenergien ab einem Peakstrom von ca. $5 \ \mu A$, sinnvoll einsetzbar

6. Fazit und Ausblick



(a) Vorderansicht

(b) Rückansicht

Abbildung 50.: Titantargets nach der Bestrahlung

ist. Die Vorteile gegenüber anderen Diagnosemethoden wie z.B. *flying wire* ist der geringe Kostenfaktor und der direkte Zugriff auf ein Bild des Strahlflecks, was eine direkte optische Optimierung ermöglicht. Eine höhere Intensität des OTR Signals könnte durch nähere Positionierung oder Aufrüstung des Detektorsystems (z.B. eine Kamera mit Restlichtverstärker) erreicht werden, was eine schnellere Bildwiederholrate bzw. eine Synchronisierung der Bildaufnahme mit evtl. Makropulsen und somit ein Nachweis von hochfrequentem Strahlwackeln (z.B. durch 50 Hz Netzbrummen) ermöglichen würde.

Die Strahldiagnose mittels OTR an MAMI SF35 hat sich im Rahmen dieser Arbeit bewährt und könnte sicherlich in Zukunft noch an weiteren MAMI Sektionen zum Einsatz kommen.

A. Anhang

A.1. Quadrupole

Die Vermessung verläuft wie in 3.2.1 beschrieben.

A.1.1. Quad A



Abbildung 51.: Foto von $\mathit{Quad}\;A$

In horizontaler Ebene ist der Feldgradient und die effektive Länge

$$g_1(I) = -0,9447 \ (\pm 0,0081) \cdot I - 0,0047 \ (\pm 0,0001) \ [T/m] \tag{A.1}$$

$$g_2(I) = +0,9497 \ (\pm 0,0080) \cdot I - 0.0012 \ (\pm 0,0000) \ [T/m]$$
 (A.2)





Abbildung 52.: Der Feldgradient von $Quad\,A$ in horizontaler Eben
e $10mm\,{\rm rechts}$ der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 53.: Der Feldgradient von Quad A in horizontaler Ebene 10mm links der Sollbahn in Tesla pro Meter





Abbildung 54.: Die Feldstärke parallel zur z-Achse von Quad A in horizontaler Ebene 10mm rechts der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 55.: Die Feldstärke parallel zur z-Achse $Quad\,A$ in horizontaler Ebene10mm links der Sollbahn in Tesla pro Meter




Abbildung 56.: Der Feldgradient von $Quad \; A$ in vertikaler Ebene10mm links der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 57.: Der Feldgradient von Quad A in vertikaler Ebene 10mm rechts der Sollbahn in Tesla pro Meter





Abbildung 58.: Die Feldstärke parallel zur z-Achse von Quad A in vertikaler Ebene 10mm links der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 59.: Die Feldstärke parallel zur z-Achse Quad A in vertikaler Ebene 10mm rechts der Sollbahn in Tesla pro Meter

Die effektiven Längen L_{eff} sind nach den Gleichungen 3.5 und 3.6

$$L_{eff1}(I) = 47,7686 \ (\pm 0,5733) \ [mm]$$
 (A.3)

$$L_{eff2}(I) = 47,6505 \ (\pm 0,5719) \ [mm]$$
 (A.4)

In vertikaler Ebene ist der Feldgradient und die effektive Länge

$$g_3(I) = -0,9443 \ (\pm 0,0057) \cdot I - 0,0047 \ (\pm 0,0000) \ [T/m]$$
 (A.5)

$$g_4(I) = +0,9504 \ (\pm 0,0057) \cdot I - 0,0012 \ (\pm 0,0000) \ [T/m] \tag{A.6}$$

Die effektiven Längen L_{eff} sind

$$L_{eff3}(I) = 47,8232 \ (\pm 0,5739) \ [mm] \tag{A.7}$$

$$L_{eff4}(I) = 47,5623 \ (\pm 0,5708) \ [mm] \tag{A.8}$$

A.1.2. Quad B

In horizontaler Ebene ist der Feldgradient und die effektive Länge

$$g_1(I) = -0,9407 \ (\pm 0,0056) \cdot I - 0,0048 \ (\pm 0,0000) \ [T/m]$$
 (A.9)

$$g_2(I) = +0,9447 \ (\pm 0,0057) \cdot I - 0,0046 \ (\pm 0,0000) \qquad [T/m] \qquad (A.10)$$

$$L_{eff1}(I) = 48,1233 \ (\pm 0,5775) \ [mm] \ (A.11)$$

[mm] (A.11) [mm] (A.12) $L_{eff2}(I) = 47,5705 \ (\pm 0,5708)$

In vertikaler Ebene ist der Feldgradient und die effektive Länge



Abbildung 60.: Foto von Quad B



Abbildung 61.: Der Feldgradient von $Quad \, B$ in horizontaler Ebene10mmrechts der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 62.: Der Feldgradient von $Quad \; B$ in horizontaler Ebene10mm links der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 63.: Die Feldstärke parallel zur z-Achse von Quad B in horizontaler Ebene 10mm rechts der Sollbahn in Tesla pro Meter





Abbildung 64.: Die Feldstärke parallel zur z-Achse $Quad\,B$ in horizontaler Ebene10mm links der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 65.: Der Feldgradient von $Quad \ B$ in vertikaler Ebene10mm links der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 66.: Der Feldgradient von $Quad \; B$ in vertikaler Ebene10mmrechts der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 67.: Die Feldstärke parallel zur z-Achse von Quad B in vertikaler Ebene 10mm links der Sollbahn in Tesla pro Meter





Abbildung 68.: Die Feldstärke parallel zur z-Achse $Quad \ B$ in vertikaler Ebene10mmrechts der Sollbahn in Tesla pro Meter

$$g_3(I) = -0,9415 \ (\pm 0,0057) \cdot I - 0,0049 \ (\pm 0,0000) \ [T/m] \ (A.13)$$

$$g_4(I) = +0,9477 \ (\pm 0,0057) \cdot I - 0,0013 \ (\pm 0,0000) \ [T/m] \ (A.14)$$

$$L_{eff3}(I) = 47,8953 \ (\pm 0,5747) \qquad [mm] \qquad (A.15)$$

$$L_{eff4}(I) = 47,8071 \ (\pm 0,5736)$$
 [mm] (A.16)

$$g_{QuadB}(I) = 0,9437 \ (\pm 0,0028) \cdot I \ -0,0039(\pm 0,0000) \ [T/m] \ (A.17)$$

$$L_{QuadB} = 47,8491 \ (\pm 0,2870) \qquad [mm] \qquad (A.18)$$

A.1.3. SFTFquak07

In horizontaler Ebene ist der Feldgradient und die effektive Länge

$$g_1(I) = -0,3556 \ (\pm 0,0021) \cdot I - 0,0044 \ (\pm 0,0000) \qquad [T/m] \qquad (A.19)$$

$$g_2(I) = +0,3618 \ (\pm 0,0021) \cdot I - 0,0017 \ (\pm 0,0000) \qquad [T/m] \qquad (A.20)$$

$$L_{eff1}(I) = 57,9656 \ (\pm 0,8695) \qquad [mm] \qquad (A.21)$$

 $L_{eff2}(I) = 57,2000 \ (\pm 0,8580) \ [mm] \ (A.22)$



Abbildung 69.: Foto von SFTFquak07



Abbildung 70.: Der Feldgradient von SFTFquak07in horizontaler Eben
e10mmrechts der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 71.: Der Feldgradient von SFTFquak07in horizontaler Eben
e10mmlinks der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 72.: Die Feldstärke parallel zur z-Achse von SFTFquak07 in horizontaler Ebene 10mm rechts der Sollbahn in Tesla pro Meter





Abbildung 73.: Die Feldstärke parallel zur z-AchseSFTFquak07in horizontaler Ebene10mmlinks der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 74.: Der Feldgradient von SFTFquak07 in vertikaler Ebene 10mm links der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 75.: Der Feldgradient von SFTFquak07 in vertikaler Ebene 10mm rechts der Sollbahn in Tesla pro Meter



Abbildung 76.: Die Feldstärke parallel zur z-Achse von SFTFquak07 in vertikaler Ebene 10mm links der Sollbahn in Tesla pro Meter





Abbildung 77.: Die Feldstärke parallel zur z-Achse SFTFquak07 in vertikaler Ebene 10mm rechts der Sollbahn in Tesla pro Meter

In vertikaler Ebene ist der Feldgradient und die effektive Länge

$$g_{3}(I) = -0,3558 \ (\pm 0,0021) \cdot I - 0,0046 \ (\pm 0,0000) \qquad [T/m] \qquad (A.23)$$

$$g_{4}(I) = +0,3614 \ (\pm 0,0022) \cdot I - 0,0014 \ (\pm 0,0000) \qquad [T/m] \qquad (A.24)$$

$$L_{eff3}(I) = 57,9312 \ (\pm 0,8690) \qquad [mm] \qquad (A.25)$$

$$L_{eff4}(I) = 57,2237 \ (\pm 0,8587) \qquad [mm] \qquad (A.26)$$

$$g_{quak07}(I) = 0,3587 \ (\pm 0,0010) \cdot I \ -0,0030(\pm 0,0000) \qquad [T/m] \qquad (A.27)$$
$$L_{quak07} = 57,5801 \ (\pm 0,4319) \qquad [mm] \qquad (A.28)$$

A.2. Konstruktionszeichnungen

A.3. Strahlfleckaufnahmen zum Quadrupolscan



Abbildung 78.: Kupplungflansch für MAMI Scanner

A. Anhang







A. Anhang





A. Anhang



Abbildung 81.: Halterung für PosiTar Targets



(a) $I_{MAMI} = -1, 6A$

(b) $I_{MAMI} = -1, 4A$



(c) $I_{MAMI} = -1, 2A$

(d) $I_{MAMI} = -1, 0A$



(e) $I_{MAMI} = -0, 8A$

(f) $I_{MAMI} = -0, 6A$





(a) $I_{MAMI} = -0, 4A$

(b) $I_{MAMI} = -0, 2A$



(c) $I_{MAMI} = 0A$

(d) $I_{MAMI} = 0, 2A$



(e) $I_{MAMI} = 0, 4A$

(f) $I_{MAMI} = 0, 6A$



B. Literaturverzeichnis

- W.R.Leo, Techniques for nuclear an particle physics experiments, Springer (1994)
- [2] B.Povh, K.Rith, Teilchen und Kerne, Springer(2006)
- [3] K.Aulenbacher Lastwechsel am Targetmaterial der Positronenquelle für zukünftige Linearkollider, BMBF Verbundförderungsantrag (2014)
- [4] ILC Technical Design Report Vol.3 (2013)
- [5] S.Riemann, E-Mail communication (2017)
- [6] Hinterberger, Frank: Physik der Teilchenbeschleuniger und Ionenoptik, Zweite Auflage, Springer (2008)
- [7] Wille, Klaus: Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen, Zweite Auflage, B.G.Teubner Stuttgart (1996)
- [8] K.Aulenbacher und A.Jankowiak, Beschleunigerphysik Vorlesungsskript (2009)
- [9] V.L.Ginzburg and I.M.Frank, ZhETF 16, 15 (1946); A shortened (English) version: Frank, I. M. and Ginzburg, V. L., J. Phys. USSR 9,353 (1945).
- [10] J.Jackson. "Classical electrodynamics" Wiley, New York, NY, 3rd ed. edition, (1999) Kapitel 13.7
- [11] V.L.Ginzburg: Transition Radiation and Transition Scattering, Physica Scripta. Vol. T2/1, 182-191, 1982
- [12] Jazbec, Anze: Transition Radiation Detectors (2010)
- [13] A.N.Aleinik et al.: Low-energy electron-beam diagnostics based on the optical transition radiation, Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B 201 (2003)
- [14] M.L.Ter-Mikaelian, High Energy Electromagnetic Processes in Condesed Media, Wiley-Interscience, New York (1972)

B. Literaturverzeichnis

[15] Edmund Optics,

Imaging Resource Guide, https://www.edmundoptics.de/resources/applicationnotes/imaging/object-space-resolution/ (2017)

- [16] C.Stoll, Solenoid-Fokussierungsmagnete f
 ür den niederenergetischen Strahltransport an MESA (2016)
- [17] D.Meschede, Gerthsen Physik, 21. Auflage
- [18] Edmund Optics, Comparison of Optical Aberrations, https://www.edmundoptics.de/resources/applicationnotes/optics/comparison-of-optical-aberrations
- [19] ImageJ, Bildbearbeitungsprogramm, https://imagej.nih.gov/ij/
- [20] A.Streun, Die 100keV Elektronenkanone für MAMI B (1986)
- [21] H.Braun, Choppersystem f
 ür den Injektorlinac des Mainzer Mikrotrons (1988)
- [22] P.Heil, Transversal beamsize on 3,5 MeV target (2016), internal communication
- [23] V.Tioukine, K.Aulenbacher, E.Riehn, A Mott polarimeter operating at MeV electron beam energies, Review of Scientific Instruments 82, 033303 (2011); doi: 10.1063/1.3556593
- [24] A.Ignatenko, E-Mail communication (03/2017)

C. Danksagung

Einen herzlichen Dank an alle, die mich bei diesem Projekt unterstützt haben.