Aufbau und Test des MESA-Choppers

von

Ben Ledroit



Masterarbeit in Physik vorgelegt dem Fachbereich Physik, Mathematik und Informatik (FB 08) der Johannes Gutenberg-Universität Mainz am 2. Mai 2016

Gutachter: Prof. Dr. Kurt Aulenbacher
 Gutachter: Prof. Dr. Lutz Köpke
 Betreuer: Dipl.-Phys. Christoph Matejcek

Ich versichere, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Mainz, den 02.05.2016 Ben Ledroit

Ben Ledroit MESA Institut für Kernphysik Johann-Joachim-Becher-Weg 45 Johannes Gutenberg-Universität D-55128 Mainz ledroit@kph.uni-mainz.de

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung			
2.	The	oretiscł	he Grundlagen	4
	2.1.	Phase	nfokussierung	4
		2.1.1.	Chopper für einen DC-Elektronenstrahl	5
		2.1.2.	Chopper für einen gepulsten Elektronenstrahl	6
		2.1.3.	MESA-Chopper	8
	2.2.	Verme	ssung des Strahlprofils mit dem Chopper	10
		2.2.1.	Transversales Strahlprofil	10
		2.2.2.	Longitudinales Strahlprofil	12
	2.3.	Energi	ieverlust von niederenergetischen Elektronen in Materie	14
		2.3.1.	Ionisation	14
		2.3.2.	Bremsstrahlung	16
	2.4.	Wärm	etransport	17
		2.4.1.	Wärmeleitung	17
		2.4.2.	Wärmestrahlung	17
		2.4.3.	Konvektion	18
	2.5.	Beugu	ng von Licht am Einzelspalt	22
	2.6.	Finite-	-Elemente-Methode	24
		2.6.1.	Starke und schwache Formulierung	25
		2.6.2.	Formfunktionen	27
		2.6.3.	Methode der gewichteten Residuen und Galerkin-Methode	29
		2.6.4.	Finite-Elemente-Formulierung	31
3.	Der	Chopp	er-Kollimator	38
	3.1.	Anford	derungen	38
	3.2.	Energi	ieverlust der Elektronen im Material	38
	3.3.	Therm	nische Auslegung	42
		3.3.1.	Kühlung	43
		3.3.2.	Vergleichssimulation einer MAMI-Kollimatorbacke	51
		3.3.3.	Auswahl des Materials	53
		3.3.4.	Festlegung des Kühlmittelflusses	55
		3.3.5.	Simulation der MESA-Kollimatorbacken	57
		3.3.6.	Simulation der Kollimatorbacke für den Testaufbau	65
		3.3.7.	Maschinensicherheit	67
	3.4.	Gesan	ntentwurf	68
		3.4.1.	Modifikationen für den Testaufbau	69
	3.5.	Mecha	unik	70

4.	Beugungsversuch am Kollimatorspalt 4.1. Schrittweite und Winkelfehler 4.2. Toter Gang	72 73 75		
5.	Aufbau an der Polarisierten Kanone 2	76		
6.	Test des Chopper-Kollimators6.1. Kalibration des Ablenkdipols6.2. Kalibration des Phasenschiebers6.3. Vermessung des transversalen Strahlprofils6.4. Vermessung des longitudinalen Strahlprofils	79 79 81 82 85		
7.	Zusammenfassung und Ausblick	88		
Α.	Anhang A.1. Skript zum Energieverlust von niederenergetischen Elektronen	89 89 91 92 94		
В.	Tabellenverzeichnis	105		
C.	Abbildungsverzeichnis	106		
D.). Literaturverzeichnis			
E.	Danksagung	112		

1. Einleitung

Im Institut für Kernphysik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz wird der neue Elektronenbeschleuniger Mainz Energy-Recovering Superconducting Accelerator (ME-SA) als rezirkulierender Linearbeschleuniger (engl. linear accelerator, kurz Linac) gebaut. MESA ermöglicht neue Hochpräzisionsexperimente zur Suche nach Physik jenseits des Standardmodells, die mit dem bereits bestehenden Mainzer Mikrotron (MAMI) nicht realisierbar sind. Dafür soll MESA Elektronen bis auf 155 MeV kinetische Energie beschleunigen und Strahlströme im Bereich von mehreren Milliampere liefern. Ein Schema des Aufbaus ist in Abb. 1.1 gegeben.



Abbildung 1.1.: Entwurf der Strahlführung für MESA [MES]. Blaue Elemente symbolisieren Dipole für die Strahlablenkung, gelbe Quadrupole für die Fokussierung. Auf der linken Seite befinden sich die Experimente MAGIX und P2, rechts sind die Rezirkulationsstrecken und der Vorbeschleuniger MELBA zu sehen.

Kernbestandteil dafür ist der namensgebende Betriebsmodus der supraleitenden Beschleunigungsstrecken (Cryomodule) als energierückgewinnende Linearbeschleuniger (engl. energy recovering linear accelerator, ERL). Die Cryomodule ermöglichen den Beschleunigerbetrieb bei geringer eingespeister elektrischer Leistung und eine kompakte Bauweise. Im ERL-Modus liefert MESA für das MESA Gas Internal Target Experiment (MAGIX) einen unpolarisierten Elektronenstrahl mit zunächst 1 mA und später 10 mA Strahlstrom. Ergänzend dazu wird MESA in einem Modus ohne Energierückgewinnung zur Erzeugung eines polarisierten Elektronenstrahls mit 150 µA Strahlstrom betrieben, der für das Experiment P2 zur Vermessung des Weinberg-Winkels vorgesehen ist. Eine nähere Beschreibung der Experimente und Details von MESA finden sich bei [ADHS13] und [Sim14].

Um Experimente an MESA betreiben zu können, muss der Elektronenstrahl mit ausreichender Präzision erzeugt und transportiert werden. Ein integraler Bestandteil dafür ist die Vorbeschleunigersektion MESA Low Energy Beam Apparatus (MELBA). MEL-BA umfasst die Transportstrecke von der Elektronenquelle Small Thermalized Electron Source at Mainz (STEAM) bis zum Injektorlinac Milliampere Booster (MAMBO), der den Strahl auf 5 MeV vorbeschleunigt (siehe Abb. 1.2). MELBA beherbergt neben den Spinmanipulatoren auch das Chopper-Buncher-System.



Abbildung 1.2.: Schema von MESA und Unterteilung der einzelnen Beschleunigerbereiche.

In dieser Arbeit wird der Aufbau und Test des MESA Choppersystems behandelt, das als Teil der Vorbeschleunigersektion für die longitudinale Strahlanpassung an ME- SA zuständig ist. Dafür müssen zunächst die Chopperkomponenten von MAMI, im Speziellen der Chopper-Kollimator, auf die neuen Betriebsparameter angepasst werden. Aufbau und Test geschehen an der experimentellen Elektronenquelle "Polarisierte Kanone 2" (PKA2). Nach Abschluss dieser Arbeit wird der Chopper als Teil des MELBA-Testaufbausmontiert (siehe Abb. 1.3), der die Grundlage für den Aufbau von MESA bildet.



Abbildung 1.3.: Vorläufiger Entwurf von MELBA. In grün ist die Elektronenquelle dargestellt, in rot der Chopper und in gelb der Buncher. Der restliche Teil von MELBA ist in blau markiert.

2. Theoretische Grundlagen

Zum Verständnis der verwendeten Methoden bei Auslegung und Überprüfung der einzelnen Chopperkomponenten ist eine Diskussion der zugrundeliegenden Theorien nötig. In diesem Kapitel sollen alle Grundlagen bereitgestellt werden, die über eine physikalische Grundausbildung hinausgehen und zum Nachvollziehen der darauffolgenden Kapitel vorausgesetzt werden.

2.1. Phasenfokussierung

Ziel beim Bau eines Teilchenbeschleunigers ist es, eine kontrollierte Laborumgebung für die Experimente zu schaffen. Dabei werden vor allem Anforderungen an Strahlstrom und -profil gestellt.

Zum Betrieb eines Beschleunigers muss der Teilchenstrahl von der Maschine beschleunigt werden können. Dabei sollen auf dem Weg zum Experiment möglichst wenig Strahlverluste auftreten. Diese schmälern den Strahlstrom, der für das Experiment verwendbar ist, und sind durch darauffolgende radioaktive Aktivierung von Beschleunigerkomponenten für den Strahlenschutz relevant. Es soll also möglichst der gesamte Teilchenstrahl bis zum Experiment transmittiert werden.

Der Beschleunigungsprozess der Elektronen findet in Hohlraumresonatoren (Kavitäten) statt. In diesen Kavitäten schwingen zeitlich periodisch elektromagnetische Felder mit der Frequenz $f_{\rm HF}$. Wählt man die Geometrie der Kavitäten geschickt, schwingt das elektrische Feld \vec{E} der Hochfrequenz (HF) longitudinal auf der Strahlachse, deren Richtung hier mit z bezeichnet wird. Die Richtung des \vec{E} -Feldes zeigt dabei abwechselnd in und entgegengesetzt der Richtung von z (siehe Abb. 2.1).

Für die Beschleunigung eignet sich der Teil des Feldes, der mit ausreichender Amplitude entlang der Strahlachse zeigt. Durchläuft ein Elektron dieses Feld, erhält es einen Energiehub ΔE . Die Teilchen nehmen ein Phasenintervall um φ_{Soll} ein, wodurch sie eine von der Sollphase abweichende Feldstärke erfahren und unterschiedlich stark beschleunigt werden. Daher besitzen nicht alle Teilchen dieselbe Energie, sondern streuen um den Sollwert E_{Soll} . Diese Streuung ist umso größer, je weiter die Ablage der Teilchen von der Sollphase ist. Es gilt deshalb, das von den Teilchen eingenommene Phasenintervall auf einen mit der Maschine verträglichen Bereich (Phasenakzeptanz) zu begrenzen. Der Chopper selektiert dafür zunächst die Elektronen, die sich mit der Phasenakzeptanz des Beschleunigers vertragen. Der darauf folgende Buncher komprimiert die Teilchenpakete weiter (siehe Abb. 2.1). Im Hauptbeschleuniger findet dann Phasenfokussierung (auch longitudinale Fokussierung genannt) statt, um die Stabilität des Strahls zu gewährleisten.



Abbildung 2.1.: Phasenfokussierung im Hochfrequenzfeld des Bunchers mit der Periodendauer $T_{\rm HF}$ und maximaler Feldstärke $E_{\rm max}$. Das Sollteilchen (blau) liegt auf der Sollphase $\varphi_{\rm Soll}$. Ein schnelleres Teilchen (rot) erfährt ein niedrigeres \vec{E} -Feld, ein langsameres Teilchen (grün) ein höheres \vec{E} -Feld. Beide Teilchen nähern sich $\varphi_{\rm Soll}$ an bzw. oszillieren um $\varphi_{\rm Soll}$. Dieser Prozess ist nur für Teilchengeschwindigkeiten kleiner der Lichtgeschwindigkeit möglich (v < c).

2.1.1. Chopper für einen DC-Elektronenstrahl

Ein wichtiger Teil der longitudinalen Fokussierung bildet dabei das Chopper-Buncher-System. Dieses gewährleistet, dass alle in den Beschleuniger eingebrachten Teilchen in der Phasenakzeptanz des Beschleunigers liegen und bis zum Experiment transportiert werden können.

Wird von der Quelle ein durchgehender, konstanter Teilchenstrom I_0 (engl. direct current, DC) geliefert, so blockiert der Chopper (engl. Hackbeil) den Bereich außerhalb der Phasenakzeptanz (siehe Abb. 2.2). Danach durchläuft der Elektronenstrahl den Buncher (engl. bunch: Bündel), der die noch verbliebenen Teilchen auf ein kleineres Intervall um die Sollphase fokussiert. Der Elektronenstrahl besteht nun aus sogenannten "Bunches", wobei jeder Bunch einer HF-Periode, einem sogenannten HF-Bucket (engl. Eimer), zugeordnet werden kann. Beschleuniger, bei denen jedes Bucket besetzt ist, werden Dauerstrich- oder CW-Beschleuniger (CW: continuous wave) genannt.



Abbildung 2.2.: Zeitlicher Strahlintensitätsverlauf nach DC-Quelle (oben), Chopper (Mitte) und Buncher. I_0 bezeichnet den Quellenstrom, $T_{\rm HF}$ die Hoch-frequenzperiode.

2.1.2. Chopper für einen gepulsten Elektronenstrahl

MESA soll keinen konstanten Quellenstrom liefern, sondern mit Hilfe eines mit der HF synchronisierten, gepulsten Lasers einen vorgebunchten Quellenstrahl erzeugen. Die Photonen des Lasers lösen beim Auftreffen auf eine Photokathode aus den obersten Schichten Elektronen heraus, die durch eine angelegte Hochspannung von der Kathode zum Vorbeschleuniger transportiert werden [Kir14, S. 3f]. Eine solche Quelle wird auch als Photoquelle bezeichnet.

Das Profil dieses Quellenstrahls, sowohl transversal als auch longitudinal zu z, hängt dann vor allem vom Profil des Laserpulses ab. Durch Diffusionsprozesse in der Photo-



Abbildung 2.3.: Zeitlicher Strahlintensitätsverlauf nach einer mit der Hochfrequenzperiode $T_{\rm HF}$ gepulsten Photoquelle (oben), Chopper (Mitte) und Buncher. I_0 bezeichnet den Spitzen-Quellenstrom.

kathode erreichen Elektronen aus unteren Schichten jedoch verzögert die Kathodenoberfläche und erzeugen dadurch eine charakteristische Impulsantwort auf den initialen Photonenimpuls [Kir14, S. 5ff] (siehe Abb. 2.4). Dieser Effekt vergrößert das longitudinale Profil und erzeugt große Phasenablagen, die wiederum durch das Chopper-Buncher-System begrenzt werden müssen (siehe Abb. 2.3). Der Vorteil bei der Verwendung einer Photoquelle gegenüber einer DC-Quelle besteht jedoch darin, dass ein größerer Anteil des Quellenstromes zur Beschleunigung genutzt werden kann.



Abbildung 2.4.: Impulsantwort (schwarz) einer Photokathode auf einen initialen Laserimpuls [Rie11, S. 95]. In Rot ist das transversale Pulsprofil aufgetragen. Ein signifikanter Strahlstrom wird auch einige Zeit nach dem Abklingen des Laserpulses emittiert.

2.1.3. MESA-Chopper

An MESA soll für die Anpassung des Quellenstrahls an die Akzeptanz wie auch an MAMI ein System aus zwei Chopperresonatoren und einem Kollimator zum Einsatz kommen [Bec13]. Der erste Resonator lenkt den Teilchenstrahl zeitlich periodisch mit $f_{\rm HF}$ kreisförmig ab (Chopperkreis), so dass jeder Phase der HF ein Winkel auf dem Chopperkreis zugeordnet werden kann (siehe Abb. 2.5). Der Kollimator blockiert dann für den Teilchenstrahl einen Ausschnitt des Chopperkreises, damit nur Teilchen auf einem begrenzten HF-Phasenintervall passieren können. Der zweite Resonator kompensiert dann die Querimpulse der Elektronen, die den Kollimator passieren können. Ergänzt wird die Konstruktion durch ein Solenoidpaar, das den Elektronenstrahl zwischen den Chopperresonatoren abbildet.

Grundlage des Kollimators bilden drei Kollimatorarme, an denen Kollimatorbacken befestigt sind. Zwei Kollimatorbacken werden seitlich und eine oben an ein Gehäuse angebracht. Auf den Backen soll der Chopperkreis liegen, so dass durch die von den Backen freigelassenen Bereiche die Phasenakzeptanz definiert wird. Die obere Backe soll nach der Justage fix sein, die beiden seitlichen synchron beweglich. Dies erlaubt eine variable Spaltweite w bzw. Phasenakzeptanz für Messzwecke und zur Einstellung unterschiedlicher Bunchlängen. Der Aufbau ist in Abb. 2.6 illustriert.



Abbildung 2.5.: Schematische Darstellung des MESA-Choppers als Momentaufnahme [Bec13]. In grau sind sind die Chopperresonatoren dargestellt, in grün das Solenoidpaar und in rot die Kollimatorbacken. Die blaue Spirale zeigt den Elektronenstrahl zu einem festen Zeitpunkt. Die ihn begrenzenden geraden blauen Linien sind Trajektorien zweier fest gewählter Teilchen.



Abbildung 2.6.: Detailansicht der Kollimatorbacken in Strahlrichtung im offenen Zustand. Die seitlichen Kollimatorbacken sind beweglich, um die Spaltweite einstellen zu können. Die vertikale Backe ist in Strahlrichtung versetzt.

Zusätzlich sind zur Abführung thermischer Lasten koaxiale Kühlleitungen vorgesehen, die im Inneren der Arme verlaufen. Die Arme werden aus Kupfer gefertigt, um eine hohe Wärmeleitfähigkeit zu gewährleisten. Um den Chopper-Kollimator als Messinstrument für das Profil des Elektronenstrahls nutzbar zu machen, sollen die Backen den abgefangenen Strahlstrom in ein Messsignal umsetzen. Dazu werden die Backen über ein Strommessgerät mit ausreichender Auflösung gegen Masse geschaltet. Um eine Unterscheidung der Ströme auf den einzelnen Backen vornehmen zu können, werden diese voneinander elektrisch isoliert.

2.2. Vermessung des Strahlprofils mit dem Chopper

Das Koordinatensystem wird so gewählt, dass z die Richtung der Beschleunigung, y die vertikale Richtung und x die horizontale Richtung senkrecht zu z bezeichnen. Die Beschleunigerebene wird mit der xz-Ebene identifiziert.

Der Chopper ermöglicht die Vermessung des Strahlprofils I(x, y, t) durch eine Messung des Verluststroms auf den Kollimatorbacken. I(x, y, t) (oder äquivalent $I(x, y, \varphi)$ mit $\varphi = 2\pi f_{\rm HF}t$) beschreibt die Stromdichte des Strahls. In diesem Kapitel soll auf Funktionsweise und Auswertungsmethodik dieser Messung eingegangen werden, wobei transversales und longitudinales Profil getrennt betrachtet werden. Es wird angenommen, dass auf jeder Kollimatorbacke ein Signal erzeugt wird, das proportional zum Verluststrom auf der entsprechenden Kollimatorbacke ist.

2.2.1. Transversales Strahlprofil

Das transversale Strahlprofil $I_{\text{trans}}(x, y)$ beschreibt die Elektronenverteilung im Querschnitt des Strahls. Da zeitliche und damit Phasenabhängigkeiten nicht aufgelöst werden können, entspricht es in diesem Fall der Projektion der transversalen Elektronenverteilung des gesamten Bunches im Intervall der HF-Periode T_{HF} auf die Querschnittsebene:

$$I_{\text{trans}}(x,y) = \int_{0}^{T_{\text{HF}}} I(x,y,t) \, \mathrm{d}t = \int_{0}^{2\pi} I(x,y,\varphi) \, \mathrm{d}\varphi$$

Um das Strahlprofil zu vermessen, muss die Hochfrequenz an den Chopperresonatoren zunächst ausgeschaltet werden, so dass der Elektronenstrahl nicht zeitabhängig abgelenkt wird. Die seitlichen Kollimatorbacken werden ganz auseinandergefahren und die Ablenkdipole vor dem Kollimator so eingestellt, dass sie den Strahl an der oberen Kollimatorbacke vorbeilenken. Anschließend wird der Strahl schrittweise auf die obere Backe gelenkt und das zum deponierten Strom proportionale Messsignal aufgenommen (siehe Abb. 2.7).

Das Strahlprofil soll hierbei auf Intervalle in x und y begrenzt sein:

$$I(x,y) = 0, \qquad \forall x \notin \left[-\frac{1}{2} x_{\text{beam}}, \frac{1}{2} x_{\text{beam}} \right] \lor y \notin \left[-\frac{1}{2} y_{\text{beam}}, \frac{1}{2} y_{\text{beam}} \right]$$

und die Kollimatorbacke in x-Richtung breiter sein als x_{beam} . Das Signal S(y) entspricht dann einer Faltung, also dem Überlapp, der (auf die y-Achse projezierten) Elektronendichte entlang der Ablenkachse y mit der Faltungsfunktion F.



Abbildung 2.7.: Illustration der transversalen Strahlprofil-Messung in Strahlrichtung (oben) und dazugehörige Faltungsfunktion (unten). Der Elektronenstrahl (blau) wird schrittweise auf die Kollimatorbacke (grau) gelenkt.

Im Proportionalitätsfaktor C ist die Verstärkung der Elektronik enthalten:

$$S(y) = C \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\frac{1}{2}x_{\text{beam}}}^{\frac{1}{2}x_{\text{beam}}} I_{\text{trans}}(x, y') F(y - y') \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y'$$

Da F eine Rechteckfunktion mit Breite > y_{beam} ist, kann für F eine Heaviside-Funktion (θ -Funktion) gewählt werden:

$$\theta(y - y') = \begin{cases} 0 & y < y' \\ 1 & y \ge y' \end{cases}$$

Wird die Kante der Kollimatorbacke auf $y_0 = 0$ gelegt und über das gesamte Strahlprofil gemessen (siehe Abb. 2.7), ergibt sich das entlang der y-Achse integrierte Strahlprofil:

$$S(y) = C \int_{-\infty}^{y} \int_{-\frac{1}{2}x_{\text{beam}}}^{\frac{1}{2}x_{\text{beam}}} I_{\text{trans}}(x, y') \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y'$$

2.2.2. Longitudinales Strahlprofil

Das longitudinale Strahlprofil gibt Aufschluss über die Elektronenverteilung des Bunches in Flugrichtung z. Auch hier wird die Projektion der transversalen Verteilung auf die Phase $I_{\text{long}}(x, \varphi)$ gemessen:

$$I_{\text{long}}(x,\varphi) = \int_{-\frac{1}{2}y_{\text{beam}}}^{\frac{1}{2}y_{\text{beam}}} I(x,y,\varphi) \, \mathrm{d}y$$

wobei t und φ über:

$$\varphi = 2\pi f_{\rm HF} \cdot t$$

miteinander verbunden sind. Durch den Chopperresonator wird das longitudinale Strahlprofil in ein transversales Strahlprofil überführt, das wieder auf den Kollimatorbacken gemessen werden kann. Voraussetzung für diese Messung ist, dass der Quellenlaser mit der HF synchronisiert ist, so dass Teilchen mit identischer Position im Bunch auf der gleichen Phase sitzen. Auch hier werden die seitlichen Backen ganz aufgefahren. Für diese Messung wird die HF an den Chopperkavitäten eingeschaltet und die Phasenverschiebung zunächst so eingestellt, dass auf der oberen Kollimatorbacke kein Strom deponiert wird. Die Variation der Phase hat zur Folge, dass der Elektronenstrahl auf dem Chopperkreis wandert und teilweise auf die Kollimatorbacke trifft (siehe Abb. 2.8). Die Phasenverschiebung wird dann schrittweise variiert, bis der gesamte Strahlstrom auf der oberen Backe verloren geht. Das Messsignal kann über die Elektronik ausgelesen werden.



2.2. Vermessung des Strahlprofils mit dem Chopper

Abbildung 2.8.: Illustration der longitudinalen Strahlprofil-Messung in Strahlrichtung (oben) und dazugehörige Faltungsfunktion (unten). Der Elektronenstrahl (blau) wird schrittweise über Phasenvariation auf die Kollimatorbacke (grau) gelenkt. Abb. 2.8a: korrekt eingestellte Wedler; der Chopperkreismittelpunkt sitzt auf der Kante. Abb. 2.8b: Nicht korrekt eingestellter Chopperkreis hat Winkelfehler an der Kante des Kollimators zur Folge.

2. Theoretische Grundlagen

Das Messsignal entspricht, analog zum transversalen Profil, dann einer Faltung des longitudinalen Strahlprofils des Bunches mit einer Faltungsfunktion:

$$S(\varphi) = C \int_{0}^{2\pi} \int_{-\frac{1}{2}x_{\text{beam}}}^{\frac{1}{2}x_{\text{beam}}} I_{\text{long}}(x,\varphi') F(\varphi - \varphi') \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}\varphi'$$

Für eine Bunchlänge < 180° kann die für F anfänglich gewählte Rechteckfunktion wieder als θ -Funktion ausgedrückt werden, da bereits vor der zweiten, fallenden Flanke kein Beitrag mehr generiert wird (siehe Abb. 2.8). Für diesen Fall ergibt sich dann wieder ein integriertes Strahlprofil, das nun von φ abhängig ist:

$$S(\varphi) = C \int_{0}^{\varphi} \int_{-\frac{1}{2}x_{\text{beam}}}^{\frac{1}{2}x_{\text{beam}}} I_{\text{long}}(x,\varphi') \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}\varphi'$$

Es ist wichtig, dass der Mittelpunkt des Chopperkreises auf die Kante der oberen Kollimatorbacke fällt, da die Rechteckfunktion in diesem Fall durch Winkelfehler flachere Flanken erhält (siehe Abb. 2.8) und das Profil dann aufwändiger entfaltet werden muss. Um die korrekte Positionierung des Chopperkreises zu gewährleisten, kann die Einstellung der vorhergehenden transversalen Profilmessung verwendet werden.

2.3. Energieverlust von niederenergetischen Elektronen in Materie

Da die thermische Belastung des Chopper-Kollimators durch das Absorbieren des Elektronenstrahls entsteht, sind die dominierenden Vorgänge des Abbremsvorgangs von Interesse. In diesem Fall verursachen hauptsächlich Ionisation und Bremsstrahlung den Energieverlust der Elektronen. Der gesamte Energieverlust pro Wegstrecke setzt sich dann aus den Einzelverlusten zusammen:

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \left.\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right|_{\mathrm{ion}} + \left.\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right|_{\mathrm{rad}}$$

Beide Mechanismen sollen im hier relevanten Rahmen näher ausgeführt werden.

2.3.1. Ionisation

Der Bethe-Bloch-Mechanismus beschreibt den Energieverlust von geladenen, massiven Teilchen in Materie durch inelastische Stöße der Elektronen. Inelastisch bedeutet in diesem Fall, dass das Targetmaterial ionisiert wird. Da für Elektronen das Kriterium des massiven Teilchens durch die geringe Ruheenergie $m_0c^2 = 511$ keV nicht gegeben ist, muss die Theorie erweitert werden. Dies soll nachfolgend anhand von [SB81] nachvollzogen werden. Ausgangspunkt ist die ursprüngliche Bethe-Bloch-Formel [SB81, S. 1189]:

$$-\frac{1}{\varrho} \left. \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \right|_{\mathrm{ion}} \left[\frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{g\,cm^{-2}}} \right] = \frac{0.153\,536}{\beta^2} \frac{Z}{A} B(T)$$

für den Verlust von Energie pro Weglänge $\frac{dE}{dx}$ in einem Material mit Dichte ρ . Es beschreibt $\beta = \frac{v}{c}$ die Geschwindigkeit des abgebremsten Teilchens in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit, Z und A stellen die Ladungszahl bzw. Atommasse des Targetmaterials dar und B(T) das Bremsvermögen in Abhängigkeit von der kinetischen Energie T. In B(T) sind die Eigenschaften des Projektils enthalten, so dass eine Modifikation von B(T) den Übergang auf Elektronen ermöglicht. Für Elektronen und Positronen gilt dann [SB81, S. 1190]:

$$B(T) = B_0(T) - 2\ln\left(\frac{I}{m_0c^2}\right) - \delta$$

mit der mittleren Ionisationsenergie I und der Dichtekorrektur δ . Für Elektronen gilt weiter:

$$B_0(T) = \ln\left(\frac{\tau(\tau+1)}{2}\right) + \frac{1}{(\tau+1)^2}\left(1 + \frac{\tau^2}{8} - (2\tau+1)\ln 2\right)$$

mit $\tau = \frac{T}{m_0 c^2}$ der kinetischen Energie in Einheiten der Ruheenergie. Die Dichtekorrektur δ ist nötig, um Polarisationseffekte im Targetmaterial zu beschreiben, die die Bremswirkung von weiter vom Projektil entfernten Targetteilchen abschirmen.

Für δ gilt [SB81, S. 1206]:

$$\delta = \begin{cases} 0 & \text{für } X \le X_0 \\ 2\ln 10 \cdot X - \bar{C} + a(X_1 - X)^k & \text{für } X_0 < X < X_1 \\ 2\ln 10 \cdot X - \bar{C} & \text{für } X_1 \le X \end{cases}$$

mit den dimensionslosen Parametern:

$$X = \log_{10} \left(\frac{p}{m_0 c^2} \right) = \log_{10}(\gamma \beta)$$
$$\bar{C} = 1 + 2 \ln \left(\frac{I}{\hbar \omega_p} \right)$$
$$a = \frac{\bar{C} - 2 \ln 10 \cdot X_0}{(X_1 - X_0)^k}$$

Xstellt hier ein Maß für die Skala der kinetischen Energie dar und wird daher für die Fallunterscheidung der Dichtekorrektur verwendet. Die Parameter X_i und k sind empirische tabellierte Werte, die ebenfalls in [SB81] nachgeschlagen werden können und:

$$\hbar\omega_p = 28,816\sqrt{\varrho \left[\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}\right]\frac{Z}{A}}$$

bezeichnet die Plasmaenergie des Targetmaterials [SB81, S. 1190].

2.3.2. Bremsstrahlung

Beim Durchgang der Elektronen ionisieren sie nicht nur die Materie, sondern auch durch das Coulombfeld der Kerne abgelenkt und geben dabei Bremsstrahlung ab. Die Energie und die Form Spektrums der Strahlung hängen von der Eintrittsenergie E der Elektronen und der Kernladungszahl Z der Targetkerne ab. An dieser Stelle ist zu bemerken, dass Bremsstrahlung teilweise das Targetmaterial verlässt und daher im Vergleich zu Stoßionisation einen geringeren Wärmebeitrag im Target generiert.

Der durch Bremsstrahlung verursachte Energieverlust pro Wegstrecke kann folgendermaßen dargestellt werden [Leo94, S. 39]:

$$- \left. \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \right|_{\mathrm{rad}} = NE_0\phi$$

Hier bezeichnet E_0 die Gesamtenergie des Elektrons und:

$$N = \frac{\varrho N_{\rm A}}{A}$$

die Targetflächendichte mit der Dichte ρ , der Avogadro-Zahl $N_{\rm A}$ und der Fläche A. Im Bereich von $m_0 c^2 < E_0 < 137 m_0 c^2 Z^{-\frac{1}{3}}$ nimmt ϕ die Form [Leo94, S. 39]:

$$\phi = 4Z^2 r_e^2 \alpha \left(\ln \frac{2E_0}{m_0 c^2} - \frac{1}{3} - f(Z) \right)$$

an. $m_0 c^2$ ist die Ruheenergie des Elektrons und:

$$r_e = (2,817\,940\,325 \pm 0,000\,000\,028) \,\mathrm{fm}$$

der klassische Elektronenradius [BGK12, S. 2]. f(Z) ist eine Korrekturfunktion [Leo94, S. 39]:

$$f(Z) = a^{2}[(1+a^{2}) - 1 + 0,20206 - 0,0369a^{2} + 0,0083a^{4} - 0,002a^{6}]$$

mit:

$$a = \frac{Z}{137}$$

Bei der kritischen Energie:

$$E_{\rm c} \simeq \frac{800 \,{\rm MeV}}{Z+1,2}$$

sind Verluste durch Ionisation und Bremsstrahlung gleich groß [Leo94, S. 40].

2.4. Wärmetransport

Der Entwurf des Chopperkollimators schließt ein Kühlkonzept als Antwort auf thermische Lasten mit ein. Der Wärmetransport geschieht im Allgemeinen über Konduktion (Wärmeleitung), Wärmestrahlung und Konvektion. An dieser Stelle soll eine kurze Einführung in die für diese Arbeit relevanten Gesichtspunkte der einzelnen Transportmechanismen gegeben werden.

2.4.1. Wärmeleitung

In der Kollimatorbacke findet Wärmeleitung innerhalb des Kupfers und Wolframs statt und gewährleistet den Transport der Wärme, die vom Elektronenstrahl erzeugt wird, hin zur Kühlleitung.

Wärmeleitung oder Konduktion beschreibt den Transfer der Wärme Q in einem Medium auf molekularer Ebene. Sie trägt die Einheit Joule und stellt eine Energieform dar. Zweckmäßig ist hier die Betrachtung des Wärmestroms [BK90, S. D 25]:

$$\vec{q} = \frac{\dot{Q}}{A}\vec{e}_q$$

durch die Querschnittsfläche A in die Richtung des Wärmestroms \vec{e}_q . Q ist die zeitliche Ableitung der Wärme Q. Die Wärmeleitung wird dann durch das Fourier'sche Gesetz beschrieben [BK90, S. D 26]:

$$\vec{q} = -k\vec{\nabla}T$$

Hier bezeichnet k den Wärmeleitungskoeffizienten und $\vec{\nabla}T$ den Temperaturgradienten.

2.4.2. Wärmestrahlung

Auf der Oberfläche der Kollimatorbacke wird ein Teil der Wärme abgestrahlt. Somit trägt die Wärmestrahlung zum allgemeinen Wärmetransport bei.

Wärmestrahlung beschreibt den Wärmeverlust eines Systems durch Abstrahlung von Wärmeenergie an der Oberfläche eines Mediums. Die abgestrahlte Leistung P ist dann nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz [BK90, S. D 32] gegeben:

$$P = \sigma \varepsilon A T^4$$

Die dimensionslose Variable ε beschreibt hier die Emissivität des Materials, A die Oberfläche, T die Oberflächentemperatur und:

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \, \mathrm{K}^4}$$

die Stefan-Boltzmann-Konstante.

2.4.3. Konvektion

Die Kollimatorbacke soll durch fließendes Wasser aktiv gekühlt werden. Dieser Ansatz macht sich den Wärmetransport durch Konvektion zu Nutze und nimmt einen wichtigen Teil im thermischen Entwurf ein.

Als dritter Wärmetransportmechanismus bezeichnet Konvektion den massegebundenen Fluss von Wärme in einem bewegten Fluid. Im Gegensatz zu Wärmeleitung wird die Wärme nicht durch Abgabe an benachbarte Moleküle, sondern durch die makroskopische Bewegung des Stoffes selbst transportiert. Da eine exakte Lösung von Strömungsund Temperaturfeldern auf Basis grundlegender Parameter sehr aufwendig ist, wird die Zahl der Systemgrößen unter Verwendung der Ähnlichkeitsmechanik auf wenige dimensionslose Parameter reduziert [BK90, S. D 29].

Konvektion kann anhand ihres Ursprungs in zwei Kategorien unterteilt werden: Entsteht sie durch natürliche Druck- oder Temperaturunterschiede, wird sie als freie Konvektion bezeichnet. Wird sie hingegen durch Pumpen oder Ventilationssysteme künstlich herbeigeführt, spricht man von erzwungener Konvektion [Glü90, S. 92]. Beide Mechanismen sind für die Betrachtung des Chopper-Kollimators von Bedeutung, da für den Teststand ein System mit freier Konvektion verwendet (siehe Kap. 3.3.1.3), für den Betrieb als Teil von MESA jedoch eine Lösung mit erzwungener Konvektion benötigt wird.

Eine weitere Unterscheidung kann vorgenommen werden, um die Form der Konvektion zu beschreiben: Strömt das Fluid in separaten Schichten, wird die Konvektion als laminar bezeichnet [Glü90, S. 93]. Wird das Fluid dagegen verwirbelt, ist die Konvektion turbulent. Turbulente Strömungen erlauben durch die Vermischung von Schichten mit unterschiedlichen Temperaturen im Allgemeinen einen schnelleren Wärmetransport, führen jedoch auch eher zu erosiven Abträgen an der Oberfläche des umgebenden Materials

Die für freie und erzwungene Konvektion am Chopper-Kollimator wichtigen Aspekte werden anhand von [BK90, S. D 30] betrachtet.

2.4.3.1. Erzwungene Konvektion

Ist das Profil der Strömungsgeschwindigkeit unabhängig von der Weglänge, wird die Strömung als hydrodynamisch ausgebildet bezeichnet (siehe Abb. 2.9) [BK90, S. D 30]. Gründe für eine Änderung des Strömungsprofils können Variationen der Geometrie (z.B. Querschnittsverengung) des um- oder durchströmten Körpers sein. Nach einer solchen Änderung der Geometrie stellt sich erst nach einer gewissen Strecke wieder ein konstantes Geschwindigkeitsprofil ein. Hydrodynamisch ausgebildete und nicht ausgebildete Strömungen erfordern unter Umständen getrennte Behandlung. Da es den Rahmen dieser Arbeit überschreiten würde, genau festzustellen an welchen Stellen es sich um hydrodynamisch ausgebildete Strömungen handelt oder nicht, sollen hier nur Formulierungen für den ersten Fall betrachtet werden.



Abbildung 2.9.: Laminares Strömungsprofil w durch ein Rohr des Durchmessers d [Glü90, S. 93]. $d_{\rm G}$ bezeichnet die Dicke der Grenzschicht, \bar{w} die mittlere Strömungsgeschwindigkeit, $w_{\rm max}$ die maximale Geschwindigkeit und r den Radius des Rohrquerschnitts. $l_{\rm a}$ beschreibt die Strecke, auf der die Strömung noch nicht hydrodynamisch ausgebildet ist.

Zunächst kann anhand der Reynolds-Zahl N_{Re} eine Abschätzung getroffen werden, ob das Fluid turbulent strömt. Dabei ist die N_{Re} durch den Rohrdurchmesser d, die mittlere Fließgeschwindigkeit v und die kinematische Viskosität ν des Fluids gegeben:

$$N_{\rm Re} = \frac{vd}{\nu}$$

Die kinematische Viskosität berechnet sich aus der dynamischen Viskosität η und der Dichte ρ [BK90, S. B 48]:

$$\nu = \frac{\eta}{\varrho}$$

Je größer $N_{\rm Re}$ ist, desto eher kann die Strömung turbulent auftreten. Im Bereich 2300 $< N_{\rm Re} < 10^4$ bestimmen geometrische Faktoren und die Rauhigkeit der Leitungswände, ob das Fluid turbulent fließt. Darunter stellt sich ein laminarer Bereich ein, darüber ist sie stets turbulent.

Für den Wärmetransferkoeffizient α der zu kühlenden Oberfläche gilt [BK90, S. D 29]:

$$\alpha = \frac{N_{\rm Nu}k}{d}$$

wobei k wieder den Wärmeleitungskoeffizienten bezeichnet. N_{Nu} bezeichnet die Nußelt-Zahl als Maß für den Wärmetransport in das Fluid [Glü90, S. 99].

Laminare Strömung

Für laminare Strömung durch ein Rohr ist die Nußelt-Zahl über:

$$N_{\text{NuLaminar}} = \frac{3,657}{\tanh\left(2,264X^{\frac{1}{3}} + 1,7X^{\frac{2}{3}}\right)} + \frac{0,0499}{X} \tanh X$$

näherungsweise gegeben. Die Abweichung von der exakten Lösung beträgt maximal 1 % [BK90, S. D 30]. Hier bezeichnet $N_{\rm Pr}$ die Prandtl-Zahl:

$$N_{\rm Pr} = \frac{\nu}{a}$$

mit der Temperaturleitfähigkeit a und:

$$X = \frac{l}{dN_{\rm Re}N_{\rm Pr}}$$

mit der Rohrlänge l.

Der erforderliche Massestrom \dot{m} , der zum Abtransport der Heizleistung $P = \dot{Q}$ benötigt wird, kann aus der Definition der spezifischen Wärmekapazität c gewonnen werden [Kuc87, S. 202]:

$$c = \frac{1}{m} \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

Hier bezeichnet ΔQ den Wärmegewinn des Kühlmittels, der zu einer Temperaturänderung um ΔT führt. Stellt man obige Beziehung durch die zeitlichen Ableitungen \dot{Q} und \dot{m} dar, ergibt sich die gesuchte Formel:

$$\dot{m} = \frac{P}{c\Delta T}$$

Durch Umformulierung mit dem Volumen V und der Dichte ρ erhält man die zweckmäßige Darstellung:

$$\dot{V} = \frac{P}{\rho c \Delta T}$$

Die Fließgeschwindigkeit des Fluids ist dann gegeben durch die Querschnittsfläche A des Rohres:

$$v = \frac{\dot{V}}{A}$$

Turbulente Strömung

Der turbulente Fall erfordert im Vergleich zu laminarer Strömung lediglich eine Modifikation der Nußelt-Zahl. Für eine hydrodynamisch ausgebildete ($\frac{l}{d} \ge 60$) turbulente Strömung im Bereich $10^4 \le N_{\text{Re}} \le 10^5$, $0.5 < N_{\text{Pr}} < 100$ gilt [BK90, S. D 30]:

$$N_{\rm NuTurbulent} = 0.024 N_{\rm Re}^{0.8} N_{\rm Pr}^{\frac{1}{3}}$$

Alle weiteren relevanten Größen können analog zur laminaren Betrachtung gewonnen werden.

2.4.3.2. Freie Konvektion

Am Teststand werden gegenüber MESA geringere Strahlströme im Bereich von $100 \,\mu$ A für die Messprozedur am Chopper-Kollimator verwendet. Die daraus resultierenden niedrigeren thermischen Lasten erlauben den Betrieb einer Modifikation, bei welcher die thermische Last der Kollimatorbacken der Einfachheit halber passiv über die Umgebungsluft gekühlt und durch freie Konvektion abgeführt wird.

Der Wärmeaustausch mit der Umgebung am Chopper-Kollimator erfolgt über die Oberflächen von stehenden und liegenden Zylindern. Beide Fälle erfordern durch die Strömungsdynamik der Umgebungsluft gesonderte Betrachtung. Um eine Abschätzung für die Erwärmung zu gewinnen, sollen hier nur die Zylindermantelflächen betrachtet werden. Dies wird dadurch gerechtfertigt, dass sie eine größere Oberfläche aufweisen als die kreisförmigen Endflächen und im realen Aufbau Oberflächen durch die Kontaktierung für elektrische Signale nicht für den Wärmetransfer zur Verfügung stehen.

Senkrechte Wand

Für den konvektiven Wärmetransfer an einer senkrechten Wand nimmt die Nußelt-Zahl N_{NuWand} nach [BK90, S. D 31] die Form:

$$N_{\rm NuWand} = \left(0.825 + \frac{0.387N_{\rm Ra}^{\frac{1}{6}}}{\left(1 + \left(\frac{0.492}{N_{\rm Pr}}\right)^{\frac{9}{16}}\right)^{\frac{8}{27}}}\right)^2$$
(2.1)

an. Hier bezeichnet N_{Ra} die Rayleigh-Zahl [BK90, S. D 31]:

$$N_{\rm Ra} = N_{\rm Gr} N_{\rm Pr}$$

und $N_{\rm Gr}$ die Grashof-Zahl für durch Temperaturunterschiede erzeugte Konvektion [BK90, S. D 31]:

$$N_{\rm Gr} = \frac{gl^3}{\nu^2}\beta(T_{\rm W} - T_\infty)$$

Sie stellt ein Maß für den Auftrieb des Fluids in Abhängigkeit der Temperatur dar [Glü90, S. 99]. g symbolisiert die Fallbeschleunigung, l die Plattenhöhe, $T_{\rm W}$ und T_{∞} die Temperaturen der Wandoberfläche bzw. des umgebenden Fluids und β den thermischen Ausdehnungskoeffizienten. Für ideale Gase gilt [BK90, S. D 31]:

$$\beta = \frac{1}{T_W}$$

Gleichung (2.1) ist für den Bereich $0 < N_{\rm Pr} < \infty$ und $0 < N_{\rm Ra} < 10^{12}$ gültig [BK90, S. D 31].

Der Wärmetransferkoeffizient α berechnet sich dann analog zur erzwungenen Konvektion zu [BK90, S. D 31]:

$$\alpha = \frac{N_{\text{NuWand}}k}{l}$$

wobei k wieder den Wärmeleitungskoeffizienten bezeichnet.

Senkrechter Zylinder

Die Mantelfläche eines senkrechten Zylinders der Höhe H und des Durchmessers d wird zunächst als eine senkrechte Platte der Höhe l = H betrachtet. Für die Nußelt-Zahl N_{NuVZ} wird ein Korrekturterm eingefügt [Glü90, S. 124]:

$$N_{\rm NuVZ} = N_{\rm NuWand} + 0.435 \frac{H}{d}$$

Die Betrachtung von α erfolgt analog zur senkrechten Wand.

Horizontaler Zylinder

Für Mantelflächen waagrechter Zylinder mit der Länge H und dem Durchmesser d bleibt die Form von Gleichung (2.1) erhalten. Es ändern sich ausschließlich die Koeffizienten in den einzelnen Termen [BK90, S. D 31]:

$$N_{\rm NuWand} = \left(0,60 + \frac{0,387N_{\rm Ra}^{\frac{1}{6}}}{\left(1 + \left(\frac{0,559}{N_{\rm Pr}}\right)^{\frac{9}{16}}\right)^{\frac{8}{27}}}\right)^2$$
(2.2)

Für die charakteristische Länge l wird substituiert [BK90, S. D 31]:

$$l = \frac{\pi d}{2}$$

Auch hier wird α analog zum Fall der senkrechten Wand gewonnen.

2.5. Beugung von Licht am Einzelspalt

Der Spalt des Chopper-Kollimators kann als Einzelspalt im Sinne der optischen Beugung aufgefasst werden. Die für einen entsprechenden Aufbau notwendigen Grundlagen sollen hier kurz anhand von [Dem09, S. 328ff] erläutert werden.

Wird kohärentes Licht, d.h. Licht mit einer festen Phasenbeziehung im betrachteten Orts- und Zeitintervall, der Wellenlänge λ auf einen Spalt der Breite *b* geschickt, so breiten sich ausgehend von jedem Punkt entlang des Spaltes neue Lichtwellen aus (siehe Abb. 2.10). Durch abwechselnd konstruktive und destruktive Interferenz bilden sich im Abstand *d* zum Spalt Interferenzstreifen, die auch unter einem Winkel θ und im Abstand *x* zur optischen Achse beobachtet werden können, der von der ursprünglichen Ausbreitungsrichtung abweicht. Dieser Effekt wird Beugung genannt.



Abbildung 2.10.: Ausbreitung von Licht an einem Einzelspalt der Breite b am Beispiel von drei Oszillatoren P_i im Abstand Δb [Dem09, S. 330]. Die roten Pfeile geben die ursprüngliche Ausbreitungsrichtung an.



Abbildung 2.11.: Verlauf des Intensitätsprofils bei Beugung am Einzelspalt. Aufgetragen ist die Modulation $\frac{\sin^2(x)}{x^2}$ gegen x [Dem09, S. 330]. Das Hauptmaximum umfasst 90% der Gesamtintensität.

Für einen Einzelspalt ist das Intensitätsprofil am Schirm durch:

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2 t}{t^2}$$

gegeben (vgl. Abb. 2.11) [Dem09, S. 331].

Hierbei ist:

$$t = \frac{\pi \cdot b}{\lambda} \sin(\theta) = \frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot \frac{x}{d}$$

Für die Intensitätsmaxima muss die Bedingung:

$$\sin(\theta) = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{b} \qquad k = 1, 2, 3, \dots$$
(2.3)

erfüllt sein [Ber04, S. 363]. Damit kann die Spaltbreite b errechnet werden:

$$b = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda \cdot d}{x}$$

2.6. Finite-Elemente-Methode

Die Finite-Elemente-Methode (FEM) ist ein Verfahren zum näherungsweisen Lösen von Differentialgleichungen und hat im Bereich der rechnerbasierten Entwicklung große Bedeutung erlangt. Viele Simulationsprogramme wie auch das in dieser Arbeit verwendete CST Studio basieren auf dieser Methode. Da Simulation einen wichtigen Bestandteil dieser Arbeit darstellt, soll ein kurzer Einblick in die FEM gegeben und ein grundlegendes Verständnis für die Vorgehensweise geschaffen werden.



Abbildung 2.12.: Von Inventor 2015 generiertes Mesh des MAMI-Kollimatorarms.

Ein kontinuierliches System, das durch Differentialgleichungen (DGLn) beschrieben wird, ist in der Regel nur unter Annahme von Symmetrien analytisch lösbar, die das System stark idealisieren und so die Zahl der Freiheitsgrade begrenzen. Die Zahl der Freiheitsgrade eines Systems mit einer gesuchten kontinuierlichen Größe ist zunächst unendlich. Daher wird das System räumlich in diskrete Bausteine aus Tetraedern oder Hexaedern (Quadern) unterteilt, die finiten Elemente (FE). Dadurch entsteht ein dreidimensionales Netz aus Elementen, das sogenannte Mesh (engl. Netz) (siehe Abb. 2.12) [OP92, S. 1]. Das Problem wird damit räumlich von einem kontinuierlichen in ein diskretes System überführt und die Zahl der Freiheitsgrade auf einen endlichen Wert reduziert. Für nicht-stationäre, d.h. transiente Betrachtungen wird zusätzlich eine Diskretisierung der Zeit durchgeführt. Für jedes Element wird dann eine Teillösung geeignet approximiert und durch Bedingungen an den Elementrändern zu einer Gesamtlösung zusammengesetzt.

2.6.1. Starke und schwache Formulierung

Im Folgenden soll der stationäre Wärmetransport als Beispiel der FEM dienen und wird aus [OP92, S. 76ff] nachvollzogen. An jedem Knoten eines finiten Elements kann das System durch Zustandsgrößen (hier Temperatur T) und von Zustandsgrößen abgeleitete Größen (hier Wärmefluss \vec{q}) charakterisiert werden. Zustandsgrößen werden dabei in der Regel mit den Unbekannten des Systems identifiziert. Knoten sind über Kanten verbunden, die die Beschreibung der Dynamik ermöglichen.

Das Fourier'sche Gesetz:

$$\vec{q} = -\mathbf{D}\vec{\nabla}T$$

verknüpft Zustandsgröße und abgeleitete Größe miteinander. **D** bezeichnet hier die Matrix der Wärmeleitungskoeffizienten k_{ij} , wobei $i, j \in \{x, y, z\}$:

$$\mathbf{D} = egin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{pmatrix}$$

Für ein isotropes und homogenes Medium werden die Nicht-Diagonalelemente $k_{ij} = 0$, $i \neq j$ und die Diagonalelemente $k_{ii} = k$:

$$\mathbf{D} = k \cdot \mathbb{1}$$

Ein thermisches Gleichgewicht in einem Körper mit geschlossenen Volumen V herrscht dann, wenn sein Wärmeinhalt konstant ist, d.h. einströmender und ausströmender Wärmefluss gleich sind:

$$\int\limits_V Q \, \mathrm{d}V = \oint\limits_{\partial V} \vec{q} \, \mathrm{d}\vec{S}$$

Hier bezeichnet Q die Quellenwärmedichte und ∂V die Oberfläche des Volumens. Mit Hilfe des Gauß'schen Theorems ergibt sich die sogenannte starke Formulierung für den Wärmefluss:

$$\vec{\nabla}(\mathbf{D}\vec{\nabla}T) + Q = 0 \tag{2.4}$$

Diese Gleichung kann gelöst werden, wenn an der Oberfläche Randbedingungen angenommen werden. Randbedingungen lassen sich unterscheiden in Neumann-Bedingungen, die das Vektorfeld $\vec{q} = \vec{q}_0$ festlegen und Dirichlet-Bedingungen, die das Skalarfeld der unbekannten Größe $T = T_0$ festsetzen. Die starke Formulierung erfordert zweifache Differenzierbarkeit des Lösungsfeldes T [OP92, S. 59]. Dafür muss T das Kriterium der C^1 -Stetigkeit, d.h. stetige Differenzierbarkeit, erfüllen. Um dieses Kriterium abzuschwächen, wird zunächst ein beliebiges C^0 -stetiges Skalarfeld v an Gleichung (2.4) multipliziert und über das Volumen integriert:

$$\int\limits_{V} v \vec{\nabla} \vec{q} \, \mathrm{d}V - \int\limits_{V} v Q \, \mathrm{d}V = 0$$

und mit Hilfe des Green'schen Satzes ergibt sich:

$$\int_{V} v \vec{\nabla} \vec{q} \, \mathrm{d}V = \oint_{\partial V} v \vec{q} \, \mathrm{d}\vec{S} - \int_{V} (\vec{\nabla} v) \vec{q} \, \mathrm{d}\vec{S}$$

Spaltet man das Oberflächenintegral über ∂V in Bereiche ∂V_D und ∂V_N mit Dirichletbzw. Neumann-Bedingungen auf und formt die Gleichung um, so erhält man die schwache Form des Wärmeflusses:

$$\int_{V} (\vec{\nabla}v) \mathbf{D} \vec{\nabla}T \, \mathrm{d}V = -\int_{\partial V_{\mathrm{N}}} v \vec{q}_{0} \, \mathrm{d}\vec{S} - \int_{\partial V_{\mathrm{D}}} v \vec{q} \, \mathrm{d}\vec{S} + \int_{V} v Q \, \mathrm{d}V$$
(2.5)

Diese Form erfordert nur noch C^0 -Stetigkeit in T und v.

2.6.1.1. Beispiel

Um dem Leser die Methodik näher zu bringen, soll die Vorgehensweise parallel am kompakten Beispiel des eindimensionalen Wärmetransports durch einen Stab nachvollzogen werden [OP92, S. 158ff]. Der Stab im Intervall [a, b] ist entlang der x-Achse ausgerichtet und besitzt eine variable Querschnittsfläche A(x). Über die gesamte Länge des Stabs wird die Wärme Q(x) zugeführt (vgl. Abb. 2.13). Die gesuchte Lösung ist das Temperaturfeld T(x) unter Randbedingungen bei x = a und x = b.

Für das beschriebene Problem erhält die starke Formulierung in Gleichung (2.4) die Gestalt [OP92, S. 158]:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(Ak\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\right) + Q = 0 \qquad a \le x \le b$$

Das C^0 -stetige Feld v wird an die Gleichung multipliziert und über x integriert [OP92, S. 158]:

$$\int_{a}^{b} v \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left(Ak \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \right) + Q \right] \, \mathrm{d}x = 0$$



Abbildung 2.13.: Problemstellung des eindimensionalen Wärmetransports durch einen Stab auf dem Intervall [a, b] mit der Querschnittsfläche A(x) [OP92, S. 158]. Über die gesamte Länge des Stabs hinweg wird die Wärme Q(x) zugeführt und das Temperaturfeld T(x) soll unter den Randbedingungen bei x = a und x = b gefunden werden.

In einer Dimension ist der Green'sche Satz äquivalent zur partiellen Integration und mit Hilfe von $q = -k \frac{dT}{dx}$ ergibt sich die schwache Formulierung nach Gleichung (2.5) [OP92, S. 158]:

$$\int_{a}^{b} \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} Ak \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \,\mathrm{d}x = -[vAq]_{a}^{b} + \int_{a}^{b} vQ \,\mathrm{d}x \tag{2.6}$$

2.6.2. Formfunktionen

Als nächster Schritt werden Formfunktionen $N_i(\vec{x})$ für die einzelnen Knoten *i* mit Koordinaten \vec{x}_i eingeführt [OP92, S. 138], die die wichtige Eigenschaft:

$$N_i(\vec{x}) = \begin{cases} 1 & \vec{x} = \vec{x}_i \\ 0 & \vec{x} = \vec{x}_j, j \neq i \end{cases}$$

besitzen. An allen Knoten $i \neq j$ liefern die Formfunktionen also keinen Beitrag. Diese Forderung wird erfüllt, wenn die Abhängigkeiten in den Koordinaten der N_i mit der Lagrangeschen Interpolationsformel identifiziert werden (siehe Abb. 2.14) [OP92, S. 116f]:

$$l_i^{n-1}(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_1)(x_i-x_2)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_n)}$$



Abbildung 2.14.: Verlauf der Lagrangeschen Interpolationsformel über die Knoten x_i [OP92, S. 116]. Nur für den Knoten x_k ist $l_k^{n-1}(x_k) = 1$, für alle anderen $i \neq k$ ist $l_k^{n-1}(x_i) = 0$.

Mit Hilfe dieser Formfunktionen kann man das Temperaturfeld folgendermaßen darstellen:

$$T(\vec{x}) = N_1(\vec{x})T_1 + N_2(\vec{x})T_2 + \dots + N_n(\vec{x})T_n$$

Hierbei bezeichnen die T_i die Temperaturen an den Knotenpunkten. Die N_i stellen also eine Interpolation und damit die Approximation des Feldes auf den finiten Elementen dar. Abkürzend wird die Schreibweise:

$$T = \vec{N} \cdot \vec{a}$$

mit:

$$\vec{N}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_n \end{pmatrix} \qquad \vec{a} = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix}$$

verwendet. Für den Temperaturgradienten $\vec{\nabla}T$ kann analog geschrieben werden:

$$\vec{\nabla}T = \mathbf{B}\bar{a}$$

wobei:

$$\mathbf{B} = \vec{\nabla} \vec{N} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{pmatrix}$$

die räumliche Ableitung der Formfunktionen bezeichnet.

2.6.2.1. Beispiel

Für das Beispiel wird das Temperaturfeld entlang der x-Achse durch n Knoten approximiert [OP92, S. 159]:

$$T(x) = N_1(x)T_1 + N_2(x)T_2 + \dots + N_n(x)T_n = \vec{N} \cdot \vec{a}$$

wobei zur Vereinfachung der Rechnung die N_i lineare Interpolationen sein sollen (siehe Abb. 2.16). Die Ableitungen ergeben sich dann aus den Formfunktionen N_i [OP92, S. 159]:

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = \mathbf{B}\vec{a} \qquad \mathbf{B} = \frac{\mathrm{d}\vec{N}}{\mathrm{d}x}$$

wobei \vec{N} und **B** nun Zeilenvektoren sind.

2.6.3. Methode der gewichteten Residuen und Galerkin-Methode

Bis jetzt wurde noch keine Funktion für v gewählt. Dafür wird zunächst die Differentialgleichung [OP92, S. 143]:

$$Lu(x) + g = 0 \qquad x \in [a, b] \tag{2.7}$$

betrachtet, wobe
iLein Differential
operator ist. Die Gleichung soll die Randbedingungen:

$$u(a) = u_a, u(b) = u_b$$

erfüllen. Die Gleichung bleibt erfüllt, wenn eine beliebige Gewichtungsfunktion v(x) daran multipliziert und über das Intervall [a, b] integriert wird [OP92, S. 143]:

$$v(Lu+g) = 0$$

$$\int_{a}^{b} v(Lu+g) \, \mathrm{d}x = 0$$
(2.8)

Für das Feld der Näherungslösung \tilde{u} wird nun ein Ansatz mit Testfunktionen ψ_i und Parametern a_i gewählt [OP92, S. 144]:

$$\tilde{u} = \psi_1 a_1 + \psi_2 a_2 + \dots + \psi_n a_n$$

oder in kompakter Form:

$$\tilde{u} = \psi \cdot \vec{a}$$

Beim Einsetzen in Gleichung (2.7) wird die DGL nicht überall erfüllt.

Dies wird durch das Residuum $e(x, \vec{a})$ ausgedrückt, das von der Wahl der Parameter \vec{a} abhängt [OP92, S. 145]:

$$L\tilde{u}(x) + g = e(x, \vec{a}) \tag{2.9}$$

Das Residuum quantisiert damit die Genauigkeit der Approximation. Das Weitere Vorgehen hat daher zum Ziel e(x) zu minimieren. Dafür wird ausgehend von Gleichung (2.8) gefordert [OP92, S. 144]:

$$\int_{a}^{b} v(L\tilde{u}+g) \, \mathrm{d}x = 0$$

und man erhält durch Einsetzen von Gleichung (2.9) [OP92, S. 145]:

$$\int_{a}^{b} ve \, \mathrm{d}x = 0$$

Dies bedeutet, dass das mit v gewichtete Mittel des Residuums verschwinden muss. Für v wird nun ebenfalls eine Reihendarstellung mit Funktionen V_i und Parametern c_i gewählt [OP92, S. 145]:

$$v = V_1c_1 + V_2c_2 + \dots + V_nc_n$$

Auch hier ergibt sich die kompakte Darstellung als Skalarprodukt und davein Skalar ist, gilt:

$$v=\vec{V}\vec{c}=\vec{c}^{\mathrm{T}}\vec{V}^{\mathrm{T}}$$

Da $c^{\rm T}$ konstante Parameter sind, gilt nach Gleichung (2.6.3) dann [OP92, S. 146]:

$$\int_{a}^{b} \vec{V}^{\mathrm{T}} e \, \mathrm{d}x = 0$$

Die Galerkin-Methode wählt nun die Testfunktionen als Gewichtungsfunktion [OP92, S. 152]:

$$V_i = \psi_i$$

und gewinnt dadurch ein Gleichungssystem für das Residuum $e(x, \vec{a})$, das seinerseits von den Parametern a_i abhängt [OP92, S. 152]:

$$\int_{a}^{b} \psi_{i} e \, \mathrm{d}x = 0 \qquad i = 1, \dots, n$$

Damit steht ein Verfahren zur Evaluation der a_i zur Verfügung, das durch die Wahl der verwendeten Gewichtungsfunktionen das Residuum minimiert.

2.6.4. Finite-Elemente-Formulierung

Nach der eben diskutierten Galerkin-Methode [OP92, S. 159ff] wird ein beliebiger konstanter Vektor \vec{c} mit:

$$v = \vec{N}\vec{c} = \vec{c}^{\mathrm{T}}\vec{N}^{\mathrm{T}} \qquad V_i = N_i$$

gewählt, wobei außerdem gilt:

$$\vec{\nabla}v = \mathbf{B}\vec{c}$$

Damit erlangt Gleichung (2.5) die Form [OP92, S. 208]:

$$\vec{c}^{\mathrm{T}}\left(\int\limits_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathbf{B} \vec{a} \, \mathrm{d} V + \int\limits_{\partial V_{\mathrm{N}}} \vec{N}^{\mathrm{T}} \vec{q_{0}} \, \mathrm{d} \vec{S} + \int\limits_{\partial V_{\mathrm{D}}} \vec{N}^{\mathrm{T}} \vec{q} \, \mathrm{d} \vec{S} - \int\limits_{V} \vec{N}^{\mathrm{T}} Q \, \mathrm{d} V\right) = 0$$

und da \vec{c} und \vec{a} konstante Vektoren sind:

$$\int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathbf{B} \, \mathrm{d} V \, \vec{a} = -\int_{\partial V_{\mathrm{N}}} \vec{N}^{\mathrm{T}} \vec{q}_{0} \, \mathrm{d} \vec{S} - \int_{\partial V_{\mathrm{D}}} \vec{N}^{\mathrm{T}} \vec{q} \, \mathrm{d} \vec{S} + \int_{V} \vec{N}^{\mathrm{T}} Q \, \mathrm{d} V$$

Um diese Gleichung kompakter zu gestalten, werden folgende Abkürzungen verwendet:

$$\mathbf{K} = \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathbf{B} \, \mathrm{d} V$$
$$\vec{f}_{\mathrm{b}} = -\int_{\partial V_{\mathrm{N}}} \vec{N}^{\mathrm{T}} \vec{q}_{0} \, \mathrm{d} \vec{S} - \int_{\partial V_{\mathrm{D}}} \vec{N}^{\mathrm{T}} \vec{q} \, \mathrm{d} \vec{S}$$
$$\vec{f}_{\mathrm{l}} = \int_{V} \vec{N}^{\mathrm{T}} Q \, \mathrm{d} V$$

K wird als Steifigkeitsmatrix und $\vec{f_1}$ als Last- oder Kraftvektor bezeichnet. Die Randbedingungen werden in $\vec{f_b}$ gesammelt. Mit Hilfe von:

$$\vec{f} = \vec{f}_{\rm b} + \vec{f}_{\rm l}$$

vereinfacht sich die zu lösende Gleichung zu:

$$\mathbf{K}\vec{a} = \vec{f}$$

Diese Gleichung kann dann in einem Algorithmus gelöst werden und man erhält das Temperaturfeld T und seine abgeleiteten Größe \vec{q} .

Durch mathematisch elegante Umformulierung (z.B. Verwendung von lokalen Koordinatensystemen [OP92, S. 38ff] oder Bandbreitenanalyse von Matrizen [OP92, S. 225ff]) kann der Aufwand der Lösungsrechnung drastisch reduziert werden, ohne die Eindeutigkeit des Systems zu beeinflussen.

2.6.4.1. Beispiel

Auch hier wird analog zum generellen Fall nach der Galerkin-Methode:

$$v = \vec{N}\vec{c} = \vec{c}^{\mathrm{T}}\vec{N}^{\mathrm{T}}$$

gewählt, so dass:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}v = \vec{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}$$

gilt [OP92, S. 159f]. Einsetzen in die schwache Formulierung aus Gleichung (2.6) liefert [OP92, S. 160]:

$$\vec{c}^{\mathrm{T}} \left(\int_{a}^{b} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} A k \mathbf{B} \vec{a} \, \mathrm{d}x + [\vec{N}^{\mathrm{T}} A q]_{a}^{b} - \int_{a}^{b} \vec{N}^{\mathrm{T}} Q \, \mathrm{d}x \right) = 0$$

und da dieser Ausdruck für beliebige \vec{c}^{T} gelten soll [OP92, S. 160]:

$$\left(\int_{a}^{b} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} A k \mathbf{B} \, \mathrm{d}x\right) \vec{a} = -[\vec{N}^{\mathrm{T}} A q]_{a}^{b} + \int_{a}^{b} \vec{N}^{\mathrm{T}} Q \, \mathrm{d}x$$

Weiterhin wird festgelegt [OP92, S. 160]:

$$\mathbf{K} = \int_{a}^{b} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} A k \mathbf{B} \, \mathrm{d}x$$
$$\vec{f}_{\mathrm{b}} = -[\vec{N}^{\mathrm{T}} A q]_{a}^{b}$$
$$\vec{f}_{\mathrm{l}} = \int_{a}^{b} \vec{N}^{\mathrm{T}} Q \, \mathrm{d}x$$

Nun sollen Zahlenwerte eingesetzt werden. Dafür werden die Querschnittsfläche A(x) = A und die zugeführte Wärme Q(x) = Q konstant und folgende Werte gesetzt [OP92, S. 164]:

$$A = 10 \text{ m}^{2}$$
$$k = 5 \frac{\text{J}}{\text{K m s}}$$
$$Q = 100 \frac{\text{J}}{\text{m s}}$$
$$a = 2 \text{ m}$$
$$b = 8 \text{ m}$$
Dieser Spezialfall des Problems ist in Abb. 2.15 dargestellt. Weiterhin werden die Randbedingungen zu:

$$T(x = a) = g_a = 0 \text{°C}$$
$$q(x = b) = h_b = 15 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{ s}}$$

bestimmt [OP92, S. 164]. Der Stab wird durch n = 4 äquidistante Knoten definiert (vgl. Abb. 2.15).



Abbildung 2.15.: Problemstellung des Zahlenbeispiels [OP92, S. 164f]. Stabdurchmesser und zugeführte Wärme sind konstant und a = 2 m bzw. b = 8 m (oben). Der Stab wird durch n = 4 Knoten in gleichen Abständen zueinander modelliert (unten).

Nun erfolgt die Berechnung der Einträge von \mathbf{K} . Da die N_i als lineare Interpolationen gewählt wurden (siehe Abb. 2.16), ergibt sich [OP92, S. 165]:

$$K_{11} = \int_{a}^{b} \frac{\mathrm{d}N_{1}}{\mathrm{d}x} Ak \frac{\mathrm{d}N_{1}}{\mathrm{d}x} \, \mathrm{d}x = \int_{2\,\mathrm{m}}^{4\,\mathrm{m}} \left(-0.5\,\frac{1}{\mathrm{m}}\right) 50\,\frac{\mathrm{J\,m}}{\mathrm{K\,s}} \left(-0.5\,\frac{1}{\mathrm{m}}\right) \, \mathrm{d}x = 25\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K\,s}}$$
$$K_{12} = \int_{a}^{b} \frac{\mathrm{d}N_{1}}{\mathrm{d}x} Ak \frac{\mathrm{d}N_{2}}{\mathrm{d}x} \, \mathrm{d}x = \int_{2\,\mathrm{m}}^{4\,\mathrm{m}} \left(-0.5\,\frac{1}{\mathrm{m}}\right) 50\,\frac{\mathrm{J\,m}}{\mathrm{K\,s}} \left(0.5\,\frac{1}{\mathrm{m}}\right) \, \mathrm{d}x = -25\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K\,s}}$$
$$K_{13} = \dots$$



Abbildung 2.16.: Lineare Formfunktionen N_i und deren Ableitungen $\frac{\mathrm{d}N_i}{\mathrm{d}x}$ im Zahlenbeispiel [OP92, S. 166].

So wird die Steifigkeitsmatrix gewonnen [OP92, S. 167]:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 25 & -25 & 0 & 0\\ -25 & 50 & -25 & 0\\ 0 & -25 & 50 & -25\\ 0 & 0 & -25 & 25 \end{pmatrix} \frac{\mathbf{J}}{\mathbf{K} \, \mathbf{s}}$$

Ebenso werden $\vec{f}_{\rm b}$ und $\vec{f}_{\rm l}$ berechnet [OP92, S. 167]:

$$\vec{f}_{\rm b} = \begin{pmatrix} (Aq)_{x=a} \\ 0 \\ 0 \\ (Aq)_{x=b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \, {\rm m}^2 \cdot q(x=a) \\ 0 \\ 0 \\ -150 \, {\rm J}_{\rm s} \end{pmatrix}$$

und:

Das endgültige Gleichungssystem ergibt sich dann mit der Randbedingung g_a zu [OP92, S. 168]:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 25 & -25 & 0 & 0\\ -25 & 50 & -25 & 0\\ 0 & -25 & 50 & -25\\ 0 & 0 & -25 & 25 \end{pmatrix} \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}\,\mathrm{s}} \cdot \begin{pmatrix} 0\\ T_2\\ T_3\\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10\,\mathrm{m}^2 \cdot q(x=a)\\ 0\\ 0\\ -150\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 100\\ 200\\ 200\\ 100 \end{pmatrix} \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$$

Aus der ersten Zeile wird:

$$-25 \frac{J}{Ks} T_2 = 10 m^2 \cdot q(x = 2 m) + 100 \frac{J}{s}$$

gewonnen und durch Anwendung des gaußschen Eliminationsverfahrens auf:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 50 & -25 & 0\\ -25 & 50 & -25\\ 0 & -25 & 25 \end{pmatrix} \frac{\mathbf{J}}{\mathbf{K}\mathbf{s}} \cdot \begin{pmatrix} T_2\\ T_3\\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200\\ 200\\ -50 \end{pmatrix} \frac{\mathbf{J}}{\mathbf{s}}$$

ergibt sich [OP92, S. 168]:

$$\begin{pmatrix} T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 20 \\ 18 \end{pmatrix} ^{\circ} C \qquad q(x = 2 m) = -\left(k \frac{dT}{dx}\right)_{x=2 m} = -45 \frac{J}{m^2 s}$$

Die mit $T = \vec{N} \cdot \vec{a}$ erhaltene und die exakte Lösung sind in Abb. 2.17 gegenübergestellt.

In diesem Spezialfall liefert die FE-Methode die exakte Lösung an den Knoten. Zwischen den Knoten weicht die FE-Lösung durch die lineare Interpolation der Elemente von der exakten Lösung ab. Durch die unstetige Ableitung weichen die Wärmeflüsse im Stab noch weiter von der exakten Lösung ab. Da an den Rändern des Stabes jedoch die Randbedingungen mit exakten vorgegebenen Werten einfließen, ist die Einhaltung der Gleichgewichtsbedingung für den betrachteten Körper auch in der FE-Lösung sichergestellt [OP92, S. 168ff].



Abbildung 2.17.: Gegenüberstellung von exakter und FE-Lösung des Zahlenbeispiels [OP92, S. 169]. Die Temperaturfelder (oben) und deren räumliche Ableitung (unten) sind gegen die Koordinate x aufgetragen. Durch die lineare Interpolation der Temperatur weicht sie abgesehen von den Knotenpunkten von der exakten Lösung ab. Durch die unstetige Ableitung des Temperaturfeldes ist der Wärmefluss im Körper nur grob approximiert.

3. Der Chopper-Kollimator

3.1. Anforderungen

Hauptaufgabe des Chopper-Kollimators ist die Begrenzung des Phasenraumes, der vom Elektronenstrahl eingenommen wird. Grundsätzlich muss daher die Apertur phasenabhängig begrenzt werden, was durch die zeitlich periodische Ablenkung des Strahls über Kollimatorbacken gewährleistet wird. Darüber hinaus soll das Phasenintervall der Hochfrequenz einstellbar sein, in dem Teilchen transmittiert werden können, was unter anderem für die Kompensation von Fehleinstellungen oder die Einstellprozedur bei Anfahren des Beschleunigers dienlich ist. Dies erfordert eine Mechanik, die die Spaltweite des Kollimators variieren kann. Um den Verlust des Strahlstroms am Kollimator zu kontrollieren, muss außerdem eine Möglichkeit der Strahldiagnose in der Nähe des Choppers geschaffen werden. Der Einfachheit halber soll deshalb der Strahlstrom, der auf die Kollimatorbacken fällt, gemessen werden. Um die Verluste auf den einzelnen Kollimatorbacken trennen zu können, müssen diese untereinander galvanisch getrennt werden. Schlussendlich soll die Kollimatorkammer den Betrieb mit Ultrahochvakuum (UHV) ermöglichen, da beim Deponieren des Strahls auf den Kollimatorbacken noch nicht evakuiertes Gas ins Vakuum gelangt und zur Quelle diffundieren kann, wo es die Lebenszeit der Laserkathode stark reduziert.

Um Neuentwicklungen zu vermeiden, mit deren Umgang keine Erfahrungswerte vorliegen, wird weitestgehend der MAMI-Chopper-Kollimator adaptiert, wie er in [Bra88] beschrieben ist. Die Modifikationen tragen den im Vergleich zu MAMI geänderten Rahmenbedingungen an MESA Rechnung. Hierzu gehören unter anderem die von 2,45 GHz auf 1,3 GHz geänderte Betriebsfrequenz, erhöhte thermische Lasten durch höhere Strahlströme, niedrigere Vakuumdrücke und variierte Solenoidgeometrie.

3.2. Energieverlust der Elektronen im Material

Treffen die Elektronen auf die Kollimatorbacken, so geben sie ihre Energie durch Sto-Bionisation und Röntgenstrahlung ab. Im niederenergetischen Bereich von 100 keV kinetischer Energie gilt:

$$\gamma_{100} = \frac{E}{m_0 c^2} = \frac{611 \text{ keV}}{511 \text{ keV}} = 1,20$$
$$\beta_{100} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma_{100}^2}} = 0,55$$
$$00\gamma_{100} = 0,66$$

Entsprechend gilt für 200 keV kinetische Energie:

$$\gamma_{200} = 1,39$$

 $\beta_{200} = 0,70$
 $\beta_{200}\gamma_{200} = 0,97$

Die Abgabe von Röntgenstrahlung ist in beiden Fällen nicht dominierend (siehe Abb. 3.1), soll hier jedoch zum Errechnen der abgegebenen Strahlungsleistung berücksichtigt werden. Der Energieverlust erfolgt gemäß den in Kap. 2.3.1 vorgestellten Mechanismen. Zu beachten ist, dass die Bethe-Bloch-Formel in ihrer Grundform nur für geladene Teilchen großer Masse ihre Gültigkeit behält und wegen der geringen Masse der Elektronen als abgebremste Teilchen modifiziert werden muss. Die abgegebene Energie wird dann als Wärme frei. Als Absorbermaterial für den Elektronenstrahl dient im MAMI-Chopper-Kollimator Wolfram, das wegen seiner großen Kernladungszahl Z = 74 ein hohes Bremsvermögen besitzt. Da die Wärmeleitfähigkeit jedoch im Vergleich zu Kupfer gering ist, sollte eine Wolframschicht so klein wie möglich gehalten werden. Darüber hinaus wird auch Kupfer als Kontaktfläche für den Elektronenstrahl betrachtet. Die für die Rechnung notwendigen Parameter sind in Tabelle 3.1 gegeben.



Abbildung 3.1.: Bremsvermögen von Elektronen (e) in Kupfer [Leo94, S. 40]. Auf der *x*-Achse ist die kinetische Energie aufgetragen. Zum Vergleich ist ebenfalls das Bremsvermögen für Protonen (p) eingezeichnet.

Parameter	Kupfer	Wolfram
Kernladungszahl ${\cal Z}$	29	74
Atommasse A	$63,546 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$	$183,84 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$
Dichte ρ	$8930 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$19250\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Ionisations energie ${\cal I}$	$(322 \pm 10) \mathrm{eV}$	$(727\pm 30)\mathrm{eV}$
Kritische Energie $E_{\rm c}$	$24,8\mathrm{MeV}$	$10,6{ m MeV}$

Tabelle 3.1.: Materialeigenschaften für die Berechnung der Eindringtiefe [kup, wol, SB81, Leo94].

Für eine Abschätzung der benötigten Dimensionen des Kollimatorarms wird zunächst die Eindringtiefe der Elektronen untersucht. Dafür wird die Bethe-Bloch-Formel für den Energieverlust pro Wegstrecke mit Hilfe von Mathematica numerisch integriert (Quell-text siehe Abb. A.1) und die Tiefe mit $E_{\rm kin} = 0$ als Eindringtiefe identifiziert. Für eine maximale kinetische Energie von 200 keV ist nach Kap. 2.3.1:

$$X = -0.014$$

und damit kleiner als $X_0 = 0.2$ [SB81, S. 1206]. Folglich ist $\delta = 0$. Das Ergebnis der numerischen Integration ist in Abb. 3.2 aufgetragen.

Kinetische Energie in keV



Abbildung 3.2.: Kinetische Energie eines 200 keV Elektronenstrahls gegen die Eindringtiefe in Wolfram aufgetragen.

Hier ist zu erkennen, dass die Elektronen innerhalb weniger $10\,\mu\text{m}$ in Wolfram abgebremst werden und daher eine Backenstärke im Bereich von 1 cm ausreichend ist. Darüber hinaus sind in Abb. 3.3 die Anteile von Stoßionisation und radiativen Verlusten zum gesamten Bremsvermögen aufgetrennt.



Abbildung 3.3.: Anteile von Stoßionisation und Bremsstrahlung zum Bremsvermögen in Abhängigkeit der Eindringtiefe eines 200 keV Elektronenstrahls in Wolfram.

Es wird deutlich, dass Bremsstrahlung im vorliegenden Fall eine untergeordnete Rolle bei der Betrachtung des Bremsvermögens spielt. Da sich Röntgenstrahlung jedoch auch zur Diagnose der deponierten Leistung nutzen lässt, wird hier anhand dieser Rechnung die erwartete Röntgenleistung mit dem Strahlstrom I und dem mittleren Bremsstrahlungsverlust pro Elektron:

$$\langle E_{\rm rad} \rangle = \int_{0}^{d_p} \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \bigg|_{\rm rad} \,\mathrm{d}x$$

errechnet. Hier bezeichnet d_p die Eindringtiefe. Die Röntgenleistung ergibt sich damit zu:

$$P_{\rm rad} = I \cdot \langle E_{\rm rad} \rangle$$

Analog kann mit der durch Stoßionisation abgegebenen Leistung $P_{\rm ion}$ und der Gesamtleistung P verfahren werden. Um die Effekte durch die numerische Approximation zu kontrollieren und abzuschätzen, werden diese Anteile ebenfalls errechnet. Die Ergebnisse werden mit 1% Fehler beaufschlagt und sind in Tabelle 3.2 zusammengefasst.

Material	Wol	fram	Ku	pfer
Energie	$100\mathrm{keV}$	$200 \mathrm{keV}$	$100 \mathrm{keV}$	$200\mathrm{keV}$
d_p	$(15,8\pm0,2)\mu{ m m}$	$(46,9 \pm 0,5)\mu{ m m}$	$(25,1\pm0,3)\mu{ m m}$	$(76, 3 \pm 0, 8) \mu \mathrm{m}$
P	$(1004,\!09\pm10,\!04)\rm W$	$(2002, 82 \pm 20, 03) \mathrm{W}$	$(1001,72 \pm 10,02) \mathrm{W}$	$(1999,98 \pm 20,00) \mathrm{W}$
$P_{\rm ion}$	$(1002,68 \pm 10,03)\mathrm{W}$	$(1995, 80 \pm 19, 96) \mathrm{W}$	$(1000,71 \pm 10,01)$ W	$(1995,75 \pm 19,96) \mathrm{W}$
$P_{\rm rad}$	$(1,40\pm 0,01){ m W}$	$(7,03\pm0,07){ m W}$	$(1,01 \pm 0,01)\mathrm{W}$	$(4,23\pm 0,04){ m W}$

Tabelle 3.2.: Eindringtiefen und Leistungsanteile der Elektronen in Wolfram und Kupfer.

Der Effekt der Kernladungszahl Z auf die Eindringtiefe wird in dieser Untersuchung deutlich. In Kupfer benötigt der Elektronenstrahl im Vergleich zu Wolfram über 50 % mehr Weg bis zum Verlust seiner gesamten kinetischen Energie. Gleichzeitig wird in Wolfram mehr Bremsstrahlung produziert, die sich detektieren ließe. Für alle behandelten Fälle liegt die Eindringtiefe jedoch unter 100 µm, so dass für das Stoppen des Strahls zunächst beide Elemente eingesetzt werden können.

Um die thermische Last zu bewältigen wird darüber hinaus ein Material gesucht, das hohe Wärmeleitfähigkeit und hohen Schmelzpunkt vereint. Eine größere Eindringtiefe sorgt auch gleichzeitig für eine Verteilung der produzierten Wärme auf ein größeres Volumen und damit für eine Reduktion der Wärmeleistungsdichte und Maximaltemperatur. Hier empfiehlt sich die Verwendung von Kupfer, was auch im folgenden Abschnitt deutlich wird.

3.3. Thermische Auslegung

Im Betrieb muss die gesamte Verlustleistung des Elektronenstrahls von der Kollimatorbacke abtransportiert werden, um Schäden an der Apparatur zu verhindern. Trifft der Strahl auf das Wolfram, so wird die Wärme zunächst abgestrahlt, über Konduktion in das Kupfer geleitet und anschließend an das Kühlmedium abgegeben. Dort wird die Wärme vom Wasser aufgenommen und vorwiegend durch Konvektion transportiert. Im Basisentwurf von MESA soll der Elektronenstrahl einer 100 keV-Quelle mit maximal 1 mA Spitzenstrom vom Chopper geformt werden. In einer möglichen Ausbaustufe wird eine 200 keV-Quelle zum Einsatz kommen und ein Spitzenstrom von 10 mA möglich sein. Es wird nach Möglichkeit versucht, dies im hier vorliegenden Entwurf zu berücksichtigen.

Die wesentlichen Herausforderungen des Kühlkonzepts sind zum einen die Dichte der produzierten Leistung, die durch den geringen Durchmesser des Strahls und die sofortige Abbremsung im Material verursacht werden, und die Auslegung des Wassertransportes. Für diesen steht nur ein geringer Platz zur Verfügung, so dass zum Erreichen niedriger Temperaturen ein hoher Wasserfluss benötigt wird. Für hohe Reynolds-Zahlen und Ausbildung von turbulenter Strömung besteht jedoch die Gefahr der Abtragung des Kupfers [Sch87]. Im schlimmsten Fall könnte dies zu einem Wasserleck im UHV-Bereich führen und sollte um jeden Preis vermieden werden.

Ein Wesentlicher Teil dieses Kapitels besteht im Bewerten des Kühlkonzepts anhand von Simulationen. Dabei werden zunächst die Wärmeübertragskoeffizienten gewonnen



Abbildung 3.4.: Schematische Darstellung des Wärmetransports im MAMI-Kollimatorarm. Die Pfeile geben die Richtung des Wärmetransports bzw. Wasserflusses an. Orange Flächen symbolisieren Kupfer, graue Wolfram. In blau ist kaltes, in rot erwärmtes Wasser dargestellt.

und anschließend mit CST Studio Suite simuliert.

3.3.1. Kühlung

Im Folgenden sollen zunächst die relevanten Varianten der Kühlungssysteme betrachtet werden. Für jedes System wird ein Wärmeübertragskoeffizient nach Kap. 2.4.3 gewonnen, der als Oberflächeneigenschaft in der Simulation Einzug findet.

3.3.1.1. Koaxiale Wasserkühlung

Die koaxiale Wasserkühlung erhält ihren Namen durch die koaxiale Anordnung von Vorund Rücklaufleitungen und findet bereits am MAMI-Chopper-Kollimator Anwendung [Bra88, S. 55]. In dieser Arbeit wird die koaxiale Wasserkühlung sowohl für eine Vergleichssimulation einer MAMI-Kollimatorbacke als auch für die Bewertung des Konzepts für MESA verwendet.

MAMI-Kollimatorbacke

Das Schema eines MAMI-Kollimatorarms nach [Bra88, S. 55f] ist in Abb. 3.5 dargestellt. Da keine genauen Aufzeichnungen über die Geometrie des Kollimatorarms an MAMI vorliegen, wird die Form mit Hilfe von [Bra88], [Tun] und [Her86] approximiert. In diesem ist eine koaxiale Kühlwasserleitung vorgesehen, deren innerer und äußerer Zylinder als Zulauf bzw. Ablauf dienen soll. Anhand eines zunächst beispielhaften Szenarios werden die Betriebsparameter nach Kap. 2.4.3 evaluiert. Als Kühlflüssigkeit wird Wasser bei 20 °C angenommen, die dazugehörigen Materialeigenschaften finden sich in Tabelle 3.3.

Parameter	Wert
Dichte ϱ	$998,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
spez. Wärmekapazität \boldsymbol{c}	$4183 \frac{J}{\text{kg K}}$
dynamische Viskosität η	$1002,6 \times 10^{-6} \mathrm{Pas}$
Prandtl-Zahl $N_{\rm Pr}$	$6,\!99$
Wärmeleitfähigkeit k	$0,5996 \frac{W}{m K}$



Abbildung 3.5.: Entwurf des MAMI-Kollimatorarms mit Kühlleitung. Die Backe ist in Strahlrichtung angeschrägt, um Kollisionen mit dem divergenten Elektronenstrahl an planen Flächen zu vermeiden und so Aufstreuung zu verhindern.

Darüber hinaus werden die in Tabelle 3.4 notierten apparativen Eigenschaften für die Rechnung verwendet.

Parameter	Wert
Länge des Kühlrohrs <i>l</i>	$19\mathrm{cm}$
Außendurchmesser des Außenzylinders d	$8\mathrm{mm}$
Innendurchmesser des Außenzylinders	$6\mathrm{mm}$
Querschnittsfläche A	$7\mathrm{mm^2}$

Tabelle 3.4.: Apparative Parameter des MAMI-Kollimatorarms.

Als Wasserfließgeschwindigkeit werden:

$$v = 2,0 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

angesetzt [Röt15], was zu einem Massestrom von:

$$\dot{V} = 12,6 \, \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{h}}$$

korrespondiert. Damit ergibt sich die Reynolds-Zahl zu:

$$N_{\rm Re} = 15\,931$$

und liegt damit im Bereich turbulenter Strömung des Kühlfluids. Der Wärmeübergangskoeffizient besitzt dann den Wert:

$$\alpha = 7912 \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \, \mathrm{K}}$$

Hier ist zu bemerken, dass $N_{\rm Re} > 10^4$ erreicht wird. Dies ist in der Regel vorteilhaft, da die turbulente Konvektion den Wärmetransport begünstigt und deutlich höhere Werte für α erreicht werden können. Demgegenüber steht die bereits erwähnte Abtragung von Material durch Turbulenzen. Eine endgültige Lösung muss daher abgewägt werden.

MESA-Kollimatorbacken

Um den größeren potenziellen Wärmeleistungen am MESA-Chopper-Kollimator gerecht zu werden, wird das koaxiale Kühlkonzept in einem weiteren Entwurf weitergeführt. In diesem Fall wird auf die Einbringung von Wolfram verzichtet, was über die Verbesserung der Wärmeleitung hinaus den Fertigungsaufwand reduziert. Die Backen werden aus reinem Kupfer gefertigt und werden im Vergleich zur MAMI-Kollimatorbacke voluminöser gestaltet, um die Wärmetransportkapazität zu erhöhen.

In der Simulation werden zwei Varianten untersucht, die sich in der Länge der Kupferbacken unterscheiden (vgl. Abb. 3.6). Die apparativen Daten sind in Tabelle 3.5 zusammengetragen.



Abbildung 3.6.: Entwurf der MESA-Kollimatorarme. Die horizontalen Arme (links) sind mit einer längeren Kupferbacke ausgestattet als der vertikale Arm (rechts).

Parameter	Wert vertikaler Arm	Wert horizontaler Arm
Länge des Kühlrohrs l	$26,\!12\mathrm{cm}$	$16,\!07\mathrm{cm}$
Außendurchmesser des Außenzylinders \boldsymbol{d}	$10,7\mathrm{mm}$	$10,7\mathrm{mm}$
Innendurchmesser des Außenzylinders	$6\mathrm{mm}$	$6\mathrm{mm}$
Querschnittsfläche A	$19,6\mathrm{mm}^2$	$19,6\mathrm{mm}^2$

Tabelle 3.5.: Apparative Parameter des MESA-Kollimatorarms.

Für beide Arme wird wieder eine Fließgeschwindigkeit von:

$$v = 2.0 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

angesetzt, was einem Massestrom von:

$$\dot{V} = 141,3 \,\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{h}}$$

entspricht und damit mehr als zehnmal höher als der des MAMI-Designs ist. Mit den apparativen Parametern ergeben sich:

$$N_{\rm Re} = 21\,308$$

und der dazu korrespondierende turbulente Wärmeübertragskoeffizient:

$$\alpha = 7465 \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \, \mathrm{K}}$$

3.3.1.2. Zweileitungs-Kühlung

Um den Massenstrom durch die Kollimatorbacke und damit das Kühlvermögen zu erhöhen, wird zusätzlich zum koaxialen Kühlwasserkreislauf auch eine zweite Variante untersucht, die zwei Kühlleitungen nach außen führt (vgl. Abb. 3.7). Durchführungen dieser Art sind als kommerzielle Standardlösung verfügbar und bedeuten daher in der Beschaffung keinen Mehraufwand im Vergleich zur koaxialen Ausführung. Als problematischer erweist sich die dadurch nötige Modifikation der Backen-Leitungen. Die durch Verwendung zweier separater Leitungen notwendige U-Form erfordert die Fertigung in mehreren Teilen und ein nachträgliches Verschweißen von außen. Das oberflächliche Verbinden der Einzelteile reduziert die effektive Wanddicke der Kupferbacken.

Die apparativen Parameter dieser Lösung sind in Tabelle 3.6 gegeben. Der Verzicht auf die Unterbringung einer inneren koaxialen Leitung erhöht trotz Reduktion des Außendurchmessers den Querschnitt, der effektiv für das Führen von Kühlvolumen zur Verfügung steht. Darüber hinaus kommt es nicht zu einer Geschwindigkeitsüberhöhung des Wassers im Innenleiter und es ergibt sich daraus eine konstante Fließgeschwindigkeit über den gesamten Bereich. Ob dies auch schonender für das umgebende Kupfer sein könnte, kann im Rahmen dieser Arbeit nicht überprüft werden.

Parameter	Wert
Länge des Kühlrohrs <i>l</i>	$20\mathrm{cm}$
Außendurchmesser des Außenzylinders d	$9,5\mathrm{mm}$
Querschnittsfläche A	$22,6\mathrm{mm^2}$

Tabelle 3.6.: Apparative Parameter des Zweileitungs-Kollimatorarms.

Auch hier wird:

$$v = 2.0 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$



Abbildung 3.7.: Entwurf einer Kollimatorbacke mit zwei Leitungen. Das Kühlrohr ist U-förmig durch die Kupferbacke geführt.

festgelegt und es folgt:

$$\dot{V} = 162,5 \, \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{h}}$$

wom
it dieser Wert mit dem des koaxialen Ansatzes vergleichbar ist. Die Reynolds-Zahl ist dagegen um 10%reduziert:

$$N_{\rm Re} = 18\,919$$

ohne jedoch den Wärmeübertragskoeffizienten:

$$\alpha = 7645 \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \, \mathrm{K}}$$

stark zu verändern.

Im Rahmen dieser Arbeit soll dieses Konzept lediglich in einer Simulation betrachtet werden, um den Effekt auf die Maschinensicherheit zu untersuchen. Dieser Entwurf ist durch die Reduktion der Maximaltemperaturen motiviert und kann ergänzend zu einem aktiven Maschinensicherheits-System für MESA in Betracht gezogen werden.

3.3.1.3. Passive Kühlung

Für den Testaufbau in Kap. 5 wird eine passive Kühlung angestrebt, die keiner Wasserversorgung bedarf und Flüssigkeitslecks im Vakuumbereich verhindert. Die Wärme wird in der Backe produziert, über einen Kupfer-Vollzylinder an die Atmosphärenseite geleitet und über die Oberfläche an die Umgebungsluft abgegeben. In der Luft findet dann freie Konvektion statt, so dass der Wärmeübertragskoeffizient nach Kap. 2.4.3.2 errechnet wird.

Die Geometrie der Kollimatorbacken ist dabei an den Entwurf für MESA angelehnt, weicht jedoch in Stärke der Kollimatorbacke und Zylinderform ab (siehe Abb. 3.8). Auch hier bestehen Backe und Zylinder aus Kupfer, so dass die zuvor notierten Materialwerte auch hier verwendet werden.



Abbildung 3.8.: Kollimatorarme für den Teststand. Von links nach rechts: Horizontaler Arm (Vorderansicht, Seitenansicht) und vertikaler Arm (Vorderansicht, Seitenansicht). Die Oberfläche oberhalb der Isolatoren steht für den Wärmeaustausch mit der Umgebungsluft zur Verfügung.

Die für die Berechnung des Wärmeübertragskoeffizienten α benötigten apparativen

Parameter sind in Tabelle 3.7 zusammengefasst. Die Materialwerte für die Umgebungsluft finden sich in Tabelle 3.8. Da der Wärmeübertragskoeffizient bei dieser Betrachtung von der Oberflächentemperatur der Austauschfläche abhängt, wird die Temperatur T_W durch iterative Simulation unter Verfeinerung von α ermittelt. Luft wird als ideales Gas angenommen, so dass sich der thermische Ausdehnungskoeffizient über:

$$\beta = \frac{1}{T_{\rm W}}$$

ergibt. Die Fallbeschleunigung wird zu:

$$g = 9,81 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

gewählt [HMS92, S. 80].

Parameter	Wert vertikaler Arm	Wert horizontaler Arm
Lage des Zylinders	senkrecht	waagrecht
Zylinderhöhe H	$2,5\mathrm{cm}$	$2,5\mathrm{cm}$
Zylinderdurchmesser d	$1,\!27\mathrm{cm}$	$1,27\mathrm{cm}$
Oberflächentemperatur $T_{\rm W}$	$435\mathrm{K}$	$420\mathrm{K}$

Tabelle 3.7.: Apparative Parameter der Kollimatorarme für den Testaufbau.

Parameter	Wert
Temperatur T_{∞}	300 K
Dichte ϱ	$1,1881 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
dynamische Viskosität η	$17,98 \times 10^{-6} \mathrm{Pas}$
Prandtl-Zahl $N_{\rm Pr}$	0,7
Wärmeleitfähigkeit k	$0,02603rac{\mathrm{W}}{\mathrm{mK}}$

Tabelle 3.8.: Materialwerte der Umgebungsluft im Testaufbau [BK90, S. D 45]. Die Materialwerte wurden entsprechend einer Temperatur von 20 °C entnommen.

Mit Hilfe dieser Parameter errechnet sich:

$$\alpha_{\text{senkrecht}} = 56.1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$
$$\alpha_{\text{waagrecht}} = 61.1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

3.3.2. Vergleichssimulation einer MAMI-Kollimatorbacke

Um einen Eindruck für die Wärmeverteilung in einem Kollimatorarm zu gewinnen, wird dieser mit Hilfe des CAD-Programms Inventor 2015 modelliert und mit CST Studio Suite die Betriebsbedingungen simuliert. Zum Einsatz kommt der "Thermal Stationary Solver", der das thermische Gleichgewicht:

$$P_{\rm E} = P_{\rm A}$$

als Lösung findet. Hierbei sind $P_{\rm E}$ und $P_{\rm A}$ die Eingangs- respektive Ausgangsleistung der Simulation. Als Eingangsleistung dient hier der Energieverlust des Elektronenstrahls durch Stoßionisation. Bremsstrahlungsverluste sind in der Simulation nicht implementiert. Die Ausgangsleistung stellt die Wärme dar, die pro Zeit durch die Kühlröhre an das Wasser abgegeben wird.

CST löst für jede Zelle die stationäre Wärmegleichung:

$$k_{\rm T} \nabla^2 T = P_{\rm E}$$

wobei k_T die thermische Leitfähigkeit und $\nabla^2 T$ die zweite räumliche Ableitung des Temperaturfeldes bezeichnet [Bec].

Für die Simulation wird an der von Wasser umströmten Oberfläche der in Kap. 3.3.1 errechnete Wärmeübertragskoeffizient angenommen. Für die thermischen Eigenschaften des Materials werden die in Tabelle 3.9 eingetragenen Werte verwendet.

Parameter	Kupfer	Wolfram
Dichte ρ	$8930 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$19250\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Spezifische Wärmekapazitä t c_ρ	$0,384 \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{K kg}}$	$0,132 \frac{kJ}{K kg}$
Thermische Leitfähigkeit $k_{\rm T}$	$400 \frac{W}{mK}$	$174 \frac{W}{mK}$
Emissivität	0,05	0,04
$\mathbf{Schmelztemperatur}$	$1358\mathrm{K}$	$3695\mathrm{K}$

Tabelle 3.9.: Materialeigenschaften für die Wärmesimulation [kup, wol, emi].

Zunächst wird eine Vergleichssimulation für die Temperaturverteilung eines Kollimatorarms an MAMI vorgenommen. Hierfür werden die Parameter aus Tabelle 3.10 angesetzt, die im Betrieb bereits ohne Störfall getestet wurden. Das mit CST verwendete Mesh setzt sich bei den Wärmesimulationen aus Hexaedern zusammen (Hexaeder-Mesh). In der Darstellung der Lösungsfelder in einem Hexaeder-Mesh kommt es bei nicht axial zum Hexaeder-Koordinatensystem ausgerichteten Flächen zu Artefakten (siehe z.B. Abb. 3.9), die das Ergebnis jedoch nicht grundlegend verfälschen [Sup16].

Als Ergebnis wird ein Temperaturfeld für das thermische Gleichgewicht gewonnen (siehe Abb. 3.9).



Abbildung 3.9.: Simuliertes Temperaturfeld einer MAMI-Kollimatorbacke im Regelbetrieb. Oben: Diagonalansicht; unten: Querschnitt Seitenansicht. Blaue Flächen geben kalte, rote Flächen heiße an. An den Rundungen sind Artefakte des Hexaeder-Meshs in CST erkennbar, bei denen es sich jedoch um reine Darstellungsfehler handelt.

Parameter	Wert
Quellenspannung U	100 kV
Energiestreuung	3%
Winkeldivergenz	0°
Quellenstrom	3 mA
Radius Chopperkreis	$4\mathrm{mm}$
Verluststrom I	$1,5\mathrm{mA}$
Transversales Strahlprofil	kreisförmig, uniform verteilt mit $r = 200 \mu\text{m}$
Longitudinales Strahlprofil	konstant (DC)
Thermische Leistung	$U \cdot I = 150 \mathrm{W}$

Tabelle 3.10.: Parameter für die Vergleichssimulation des MAMI-Kollimators [Deh15, LBH14].

3.3.3. Auswahl des Materials

Nachdem das Ergebnis des letzten Abschnitts plausibel scheint, wird der Einfluss des Materials auf die Maximaltemperaturen in der Kollimatorbacke untersucht. Dafür wird weiterhin die zuvor vorgestellte MAMI-Geometrie verwendet, so dass die apparativen Angaben weiterhin aus Tabelle 3.4 entnommen werden können. Zum Vergleich von Wolfram und Kupfer als Kontaktfläche wird die Kollimatorbacke einmal mit Wolframplättchen und einmal als Kupfer-Vollmaterial definiert. Es wird weiterhin:

$$\alpha = 7912 \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \, \mathrm{K}}$$

verwendet.

Parameter	Wert
Quellenspannung U	$200\mathrm{keV}$
Energiestreuung	3%
Winkeldivergenz	0°
Radius Chopperkreis	$5\mathrm{mm}$
Verluststrom I	$10\mathrm{mA}$
Transversales Strahlprofil	gaußförmig mit $\sigma = 500 \mu \mathrm{m}$
Longitudinales Strahlprofil	konstant (DC)
Thermische Leistung	$U \cdot I = 2 \mathrm{kW}$

Tabelle 3.11.: Strahlparameter für den Vergleichvon Wolfram und Kupfer. Der Strahldurchmesser wird entsprechend [Hei15] festgelegt.

Für die Simulation gelten die in Tabelle 3.11 dargestellten Rahmenwerte, die einen Elektronenstrahl mit 10 mA mittlerem Strom bei punktförmiger Deponierung nachstellen. Das Ergebnis ist in Abb. 3.10 dargestellt, wobei die mit "Original" bezeichneten Daten die Maximaltemperaturen von Wolframplättchen und Kupferkörper in der unveränderten Geometrie wiedergeben. Die Daten mit der Bezeichnung "Kupfer-Vollmaterial" sind aus einer Simulation entnommen, bei der auch der ursprüngliche Bereich des Wolframplättchens aus Kupfer besteht.



Abbildung 3.10.: Maximaltemperaturen des MAMI-Kollimatorarms mit (Original) und ohne Wolframplättchen (Kupfer-Vollmaterial) bei 200 keV und 10 mA. Mit Kupfer-Vollmaterial werden deutlich niedrigere Temperaturen erzielt.

Oberhalb des Bereichs von ca. 7,5 mA Verluststrom beginnt Wolfram zu schmelzen und es sind erhebliche Maschinenschäden zu erwarten. Daher muss sichergestellt sein, dass diese Grenze im Betrieb nicht oder gegebenenfalls nur kurzzeitig überschritten wird. Im Normalbetrieb sollen allerdings nur etwa 0,5 mA auf einer Kollimatorbacke vernichtet werden, was keine Gefahr für die Maschine darstellt.

Es wird ersichtlich, dass für punktförmige Deponierung des Strahls mit MESA-Strahlparametern eine Überschreitung der Schmelztemperaturen unvermeidlich ist. Weiterhin können größere Strahlströme ohne Beschädigung punktförmig deponiert werden, wenn ein Wolframplättchen eingebracht wird. Da ein Kollimatorarm mit Wolfram hinsichtlich Fertigung und Befestigung jedoch erhebliche Komplikationen mit sich bringt, wird der Ansatz eines ausschließlich aus Kupfer bestehenden Kollimatorarms weiter verfolgt.

3.3.4. Festlegung des Kühlmittelflusses

Der rein aus Kupfer bestehende Kollimatorarm wird mit unterschiedlichen Kühlmittelflüssen in Form von unterschiedlichen α simuliert (siehe Tabelle 3.12). Für Werte mit $N_{\text{Re}} > 2300$ wird turbulente Strömung angenommen.

Fließgeschwindigkeit $v \left[\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}\right]$	Reynolds-Zahl $N_{\rm Re}$	$\alpha \left[\frac{W}{m^2 K}\right]$	Art der Strömung
0,2	1593	1066	laminar
$0,\!4$	3186	2183	turbulent
0,5	3983	2610	turbulent
$0,\!6$	4779	3020	turbulent
$0,\!8$	6373	3801	turbulent
1,0	7966	4544	turbulent
1,5	11949	6285	turbulent
2,0	15931	7912	turbulent
2,5	19914	9458	turbulent
3,0	23897	10943	turbulent

Tabelle 3.12.: Wärmetransferkoeffizienten für verschiedene Fließgeschwindigkeiten, berechnet für die MAMI-Geometrie der Kollimatorbacke.

Bereits hier wird ersichtlich, dass sich das Erzielen einer laminaren Wasserströmung als schwierig gestaltet. Zur Bewerkstelligung eines laminaren Strömungsprofils muss die Fließgeschwindigkeit sehr gering ausfallen. Die Simulation wird nochmals mit der MAMI-Geometrie aus Kupfer-Vollmaterial und den in Tabelle 3.13 notierten Daten durchgeführt.

Parameter	Wert
Quellenspannung U	200 kV
Energiestreuung	3%
Winkeldivergenz	0°
Radius Chopperkreis	$4\mathrm{mm}$
Verluststrom I	$10\mathrm{mA}$
Transversales Strahlprofil	kreisförmig, uniform verteilt mit $r = 200 \mu\text{m}$
Longitudinales Strahlprofil	konstant (DC)
Thermische Leistung	$U \cdot I = 150 \mathrm{W}$

Tabelle 3.13.: Parameter für die Simulation zur Auswahl des Kühlmittelflusses.

Anhand von Abb. 3.11 wird noch deutlicher, dass turbulente Konvektion zu bevorzugen ist. Die Spitzentemperatur der Kollimatorbacke kann durch Erhöhung



Abbildung 3.11.: Maximaltemperatur einer reinen Kupferbacke in Abhängigkeit des Kühlmittelflusses. Durch die Erhöhung der Flussgeschwindigkeit wird der Wärmeübertrag deutlich gesteigert, was zu einer Reduktion der Höchsttemperaturen führt.

der Fließgeschwindigkeit drastisch reduziert werden. Um einen Kompromiss aus hohem Wärmeübertrag und Korrosionsbeständigkeit zu treffen, wird für MESA ein Kühlmittelfluss von:

$$v = 2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

gewählt.

3.3.5. Simulation der MESA-Kollimatorbacken

Nachdem Kupfer als Material für den gesamten Kollimatorarm festgelegt und turbulenter Wasserfluss favorisiert ist, werden die Erkenntnisse kombiniert und auf den in Kap. 3.3.1.1 vorgestellten Entwurf angewendet. Im Folgenden werden die im Betrieb denkbaren Modi der Deponierung des Elektronenstrahls gesondert ausgeführt.

3.3.5.1. Punktförmige Deponierung

Zunächst wird ein Szenario für jede der in Kap. 3.3.1 für MESA diskutierten Ansätze aufgesetzt und mit den in Tabelle 3.14 aufgetragenen Werten gerechnet. Angenommen wird der schwerwiegendste Fall: Falsch eingestellte Ablenkdipole und ausgeschaltete Hochfrequenz bei maximaler Fokussierung verursachen die größte anzunehmende Wärmeleistungsdichte und damit die höchsten Maximaltemperaturen im Material.

Parameter	Wert
Quellenspannung U	$200\mathrm{keV}$
Energiestreuung	3%
Winkeldivergenz	0°
Quellenstrom	$10\mathrm{mA}$
Radius Chopperkreis	$0\mathrm{mm}~(\mathrm{HF}~\mathrm{aus})$
Verluststrom I	$10\mathrm{mA}$
Transversales Strahlprofil	gaußförmig mit $\sigma = 500 \mu \mathrm{m}$
Longitudinales Strahlprofil	konstant (DC)
Thermische Leistung	$U \cdot I = 2 \mathrm{kW}$
Umgebungstemperatur T	$300\mathrm{K}$

Tabelle 3.14.: Parameter für die Simulation des MESA-Kollimators.

Das Temperaturfeld im thermischen Gleichgewicht ist in Abb. 3.13 abgebildet. Bemerkenswert ist, dass sich hohe Temperaturen durch den ebenfalls großen Temperaturgradienten in der Umgebung schnell auflösen und dadurch die Temperaturspitzen örtlich begrenzt sind. Da die Temperaturen aus der Simulation die Schmelztemperatur Kupfer stellenweise deutlich übersteigen, wird in einer automatisierten Simulationsreihe (Sweeping) die Maximaltemperatur im Material ermittelt und gegen den Eingangsstrom aufgetragen (siehe Abb. 3.12). Die Daten mit den Bezeichnungen "Koax horizontal/vertikal" werden aus der Simulation von Backen gemäß Kap. 3.3.1.1 gewonnen, die mit "Zweileitung" benannten Werte werden mit Hilfe eines Modells nach Kap. 3.3.1.2 ermittelt.

Hierbei erzielt die Lösung mit zwei Leitungen signifikant die niedrigsten Temperaturen, was dem Kühlmitteltransport geschuldet ist. Am ungünstigsten verteilt sich die Wärme im Entwurf mit kurzem Kupferkörper. Für die volle Leistung von 2 kW bei 200 keV wird in allen Lösungsansätzen die Schmelztemperatur von Kupfer überschritten. Deshalb muss dieser Fall bei Inbetriebnahme durch geeignete Sicherheitsmaßnahmen ausgeschlossen werden. Für 100 keV Strahlenergie wird die Schmelztemperatur bei



Abbildung 3.12.: Maximaltemperaturen der Kollimatorarm-Geometrien bei punktförmiger Deponierung in Abhängigkeit des Verluststroms auf der Kollimatorbacke. Die Schmelztemperatur von Kupfer wird bei voller Leistung mit 200 keV kinetischer Energie überschritten. Hier ist gut zu erkennen, dass die Wärmestrahlung ~ T^4 durch die örtliche Begrenzung der hohen Temperaturen keinen großen Einfluss auf die Maximaltemperatur ausübt.

 $10\,{\rm mA}$ Strahlstrom nur bei der vertikalen Kollimatorbacke erreicht, so dass es sich empfiehlt, den Entwurf der horizontalen Backe in der gesamten Apparatur einzusetzen.



Abbildung 3.13.: Simuliertes Temperaturfeld einer MESA-Kollimatorbacke bei punktförmiger Deponierung mit 10 mA Strahlstromverlust bei 200 keV kinetischer Energie. Oben: Diagonalansicht (links) und Halbschnitt (rechts); unten: Querschnitt Seitenansicht. Blaue Flächen geben kalte, rote Flächen heiße an. Der Kontrast zwischen heißen und kalten Flächen ist sehr groß, da sich Temperaturspitzen innerhalb kurzer Distanzen auflösen. Im Querschnitt rechts am unteren Rand erkennbar sind Artefakte des verwendeten Hexaeder-Meshs.

3.3.5.2. Phasenfehleinstellung

Im Betrieb ist über die punktförmige Deponierung des Strahls hinaus auch eine Phasenfehleinstellung der Chopperkavitäten denkbar. Hier ist die Hochfrequenz angeschaltet, der Phasenversatz des Quellenlasers gegenüber der Chopperkavität jedoch so eingestellt, dass der Strahl schlimmstenfalls wieder auf einer Kollimatorbacke deponiert wird. Der Strahlstrom verteilt sich dann über das Phasenintervall des Laserpulses und reduziert im Vergleich zum vorher betrachteten Fall die thermische Leistungsdichte, die beim Auftreffen erzeugt wird. In diesem Fall wird eine Bunchlänge von:

$$\Delta t = 200 \,\mathrm{ps}$$

angenommen [Fri15], was bei f = 1,3 GHz Hochfrequenz einem Phasenintervall von:

$$\Delta \varphi = 2\pi f \cdot \Delta t = 93.6^\circ$$

entspricht. Im Modell wird in diesem Phasen intervall ein Strahlpuls mit konstantem Stromprofil nachgebildet, so dass der gesamte Strahlstrom von 10 mA im Phasen intervall $\Delta \varphi$ deponiert wird. Ein aus der Simulation gewonnenes Temperaturfeld für diesen Fall ist in Abb. 3.15 dargestellt. Die gewonnenen Temperaturkurven sind in Abb. 3.14 zusammengetragen.

Im Fall eines Phasenfehlers ist anhand der Maximaltemperaturen erkennbar, dass das Kühlkonzept im Vergleich zur punktförmigen Deponierung einen geringeren Effekt auf den Wärmetransport ausübt. Für alle betrachteten Fälle wird die Schmelztemperatur des Materials nicht erreicht, so dass dieser Fall nicht ausgeschlossen werden muss.



Abbildung 3.14.: Maximaltemperaturen der Kollimatorarm-Geometrien bei Deponierung mit phasenverschobener Hochfrequenz in Abhängigkeit des Verluststroms auf der Kollimatorbacke. Die Schmelztemperatur des Materials wird in keinem Fall erreicht.



Abbildung 3.15.: Simuliertes Temperaturfeld einer MESA-Kollimatorbacke bei Deponierung mit $10 \,\mathrm{mA}$ Strahlstromverlust bei $200 \,\mathrm{keV}$ kinetischer Energie mit phasenverschobener Hochfrequenz. Oben: Diagonalansicht (links) und Halbschnitt (rechts); unten: Querschnitt Seitenansicht. Blaue Flächen geben kalte, rote Flächen heiße an. Der heißeste Bereich erstreckt sich über weniger als 93,6° Kreisausschnitt, da Wärme wegen des höheren Temperaturgradients an den Intervallgrenzen schneller abgeleitet wird. Im Querschnitt rechts am unteren Rand sind auch hier Artefakte des verwendeten Hexaeder-Meshs erkennbar. 62

3.3.5.3. Regelbetrieb

Als letzte Betrachtung wird der Dauerbetrieb an MESA simuliert. Es wird angenommen, dass maximal 1 mA pro horizontaler Backe aus dem Elektronenbunch der Quelle ausgeschnitten werden und sich die Last auf ein Phasenintervall von 10° verteilt. Dies bedeutet, dass der 93,6° lange Bunch nach der Quelle nochmals um 20° gekürzt wird und mit 73,6° Länge den auf den Chopper folgenden Buncher erreicht. Das Temperaturfeld eines solchen Falls ist in Abb. 3.17 aufgezeigt, die dazugehörigen Kurven der Maximaltemperaturen sind in Abb. 3.16 zu finden.



Abbildung 3.16.: Maximaltemperaturen der Kollimatorarm-Geometrien bei Dauerbetrieb in Abhängigkeit des Verluststroms auf der Kollimatorbacke. Die Temperaturen liegen weit unterhalb der Schmelztemperatur. Symbole für horizontale und vertikale koaxial gekühlte Backen liegen für beide Energien dicht beieinander.

Die auftretenden Maximaltemperaturen liegen einige hundert Kelvin unter der Schmelztemperatur und gewährleisten einen sicheren Regelbetrieb an MESA bei allen auftretenden thermischen Lasten. Eine Sicherheitsmarge ist in großzügiger Weise gegeben.



Abbildung 3.17.: Simuliertes Temperaturfeld einer MESA-Kollimatorbacke bei Dauerbetrieb mit 1 mA Strahlstromverlust bei 200 keV kinetischer Energie auf 10° Hochfrequenz-Phase. Oben: Diagonalansicht (links) und Halbschnitt (rechts); unten: Querschnitt Seitenansicht. Blaue Flächen geben kalte, rote Flächen heiße an. Im Querschnitt rechts am unteren Rand sind hier ebenfalls Artefakte des verwendeten Hexaeder-Meshs 64erkennbar.

3.3.6. Simulation der Kollimatorbacke für den Testaufbau

Für den Testaufbau steht keine Kühlwasserleitung zur Verfügung. Daher werden die für MESA entworfenen Kollimatorarme mit Kupfer-Vollzylindern statt -Rohren gefertigt. Dies gewährleistet eine bessere Konduktion der Wärme zu den Endstücken, an denen die Wärme per Konvektion an die Umgebungsluft abgegeben wird. Dadurch kann im Allgemeinen weniger Leistung im für die Maschine sicheren Bereich abgeführt werden. Es ist also nötig, die Betriebssicherheit an der Testquelle durch Simulation abzuschätzen. Dafür wird das Szenario eines punktförmig deponierten Strahls herangezogen, dessen Parameter aus Tabelle 3.15 zu entnehmen sind.

Parameter	Wert
Quellenspannung U	$100 \mathrm{keV}$
Energiestreuung	3%
Winkeldivergenz	0°
Quellenstrom	100 µA
Radius Chopperkreis	$0\mathrm{mm}~(\mathrm{HF}~\mathrm{aus})$
Verluststrom I	100 µA
Transversales Strahlprofil	gaußförmig mit $\sigma = 500 \mu \mathrm{m}$
Longitudinales Strahlprofil	konstant (DC)
Thermische Leistung	$U \cdot I = 10 \mathrm{W}$
Umgebungstemperatur ${\cal T}$	$300\mathrm{K}$

Tabelle 3.15.: Parameter für die Simulation des Testaufbaus an der PKA2.

Da α von der Temperatur $T_{\rm W}$ der Endstücke abhängt, werden $T_{\rm W}$ und α für horizontale und vertikale Kollimatorarme durch Simulation und Rechnung iterativ angenähert. Dafür wurde ein α_0 für die erste Simulation angenommen, aus der wiederum ein $T_{\rm W,0}$ gewonnen wird. $T_{\rm W,0}$ wiederum bildet nach Kap. 2.4.3.2 die Grundlage für die Berechnung von α_1 . Die Schritte werden solang wiederholt, bis sich die finale Wandtemperatur $T_{\rm W}$ einstellt. Der physikalische Grund für die Notwendigkeit dieser Iteration ist, dass der Wärmeübertrag von der Kinematik des Fluids abhängt. Betrachtet man freie Konvektion, hängt diese Kinematik wiederum von der Wandtemperatur ab, während sie im Falle erzwungener Konvektion von außen vorgegeben wird. Die Prozedur führt auf die Temperaturen der Endstücke:

$$T_{\rm W,senkrecht} = 435 \,\mathrm{K}$$

 $T_{\rm W,waagrecht} = 420 \,\mathrm{K}$

Die simulierten Temperaturfelder sind in Abb. 3.18 gegeben.

Die Maximaltemperaturen erreichen damit Werte bis $515 \,\mathrm{K}$ und liegen daher im mit der Maschinensicherheit verträglichen Bereich.



Abbildung 3.18.: Kühloberfläche (blau) und Temperaturfeld des horizontalen (links) und vertikalen (rechts) Kollimatorarms für den Teststand. Am vertikalen Kollimatorarm bilden sich in CST Artefakte entlang des Zylinders aus.

3.3.7. Maschinensicherheit

Um ein Schmelzen des Kollimatormaterials durch hohe Strahlströme und Fehleinstellung zu verhindern, muss ein Schutzmechanismus eingerichtet werden. In Kapitel 3.3.5.1 konnte ein Eindruck für die Gefährdung durch fehlerhafte Bedienung von MESA gewonnen werden. Die örtliche Begrenzung der Temperaturen sowie die Höhe der Temperatur macht die Verwendung von Temperatursensoren ungeeignet. Eine simpler Ansatz zur Prävention besteht darin, die Quelle abzuschalten sobald sie einen gewissen Strahlstrom bzw. eine gewisse Kathodenlaserleistung überschreitet und die Hochfrequenz an den Chopperkavitäten abgeschaltet ist (vgl. Abb. 3.19). Anhand der in Kapitel 3.3.5.2 untersuchten Situation scheint dies ein praktikabler Ansatz. Zusätzlich besteht die Möglichkeit zur Verwendung eines Strahlungsmonitors, der den Grenzfall hoffnungsweise präziser zu detektieren vermag. Dieser soll die durch den Strahlverlust erzeugte Bremsstrahlung detektieren und über einem Schwellfluss eine Maschinenabschaltung auslösen.



Abbildung 3.19.: Blockschemata verschiedener Interlock-Lösungen zum Schutz des Chopper-Kollimators vor Beschädigung. Anhand der Konstellation verschiedener Maschinenparameter wird ein Interlock-Trigger ausgelöst und eine Maschinenabschaltung vorgenommen.

3.4. Gesamtentwurf

Kernstück des Chopper-Kollimators ist das Kollimatorgehäuse, an dem alle weiteren Bauteile angebracht werden sollen. Das Gehäuse besteht aus niederpermeablem Edelstahl, um Störfelder zu vermeiden, das Magnetfeld der Solenoide und des Korrekturwedlers nicht zu schwächen (vgl. dazu [Sto16]) und Ultrahochvakuum mit Drücken im Bereich 10^{-10} mbar zu ermöglichen. Die Form der Kollimatorarme wird entsprechend Kap. 3.3.1.2 gewählt, da sie die beste Kühlleistung bereitstellt (vgl. Kap. 3.3.5). Seitlich und oben werden Membranbälge installiert, die für die Beweglichkeit der Kollimatorarme sorgen (siehe Abb. 3.20). Die Mechanik wird ebenfalls seitlich am Gehäuse befestigt und zusätzlich am Gestell abgestützt. Der Elektromotor soll an der Vorderseite angebracht werden und die Hebel der Mechanik durch Verfahren einer Spindel in vertikaler Richtung anlenken. Die obere Kollimatorbacke ist an einem Dreibein gegen die Schwerkraft abgestützt und kann durch den Membranbalg in der Höhe justiert werden. Der Flansch an der Unterseite soll eine Ionen-Getter-Pumpe (IGP) tragen, die entstehende Gase abpumpt.



Abbildung 3.20.: Vorderansicht des MESA-Chopper-Kollimators im geschlossenen Zustand.

Die Kollimatorarme bestehen aus kommerziell erhältlichen Hochstromdurchführungen, an denen die Kupferbacken verschweißt sind. Die Wahl von Hochstromdurchführungen mit Kupfer-Rohren ermöglicht es, die Backe von au-
ßen mit Kühlwasser zu versorgen und Anschlüsse für die Strommessung zu setzen. Der Isolator der Durchführung trennt die drei Arme galvanisch gegeneinander. Die zwei seitlichen Kollimatorarme werden über Böcke mit der Mechanik verschraubt. Die Kollimatorbacken sind in Strahlrichtung angeschrägt, um Strahlkollisionen durch Auseinanderdriften der Bunche zu verhindern. Durch einen zusätzlichen Versatz in Strahlrichtung können die Kollimatorbacken im geschlossenen Zustand berührungsfrei überlappen. Alle hier verwendeten Entwürfe ermöglichen das ungehinderte Auseinander- und Zusammenbauen des Chopper-Kollimators und sind daher wartungs- und umrüstfreundlich.

3.4.1. Modifikationen für den Testaufbau

Für den Testaufbau wird der Chopper-Kollimator aus Platzgründen so modifiziert, dass der obere Kollimatorarm direkt am Kollimatorgehäuse angebracht ist. Dadurch wird der Membranbalg und das Justage-Dreibein eingespart (siehe Abb. 3.21). Darüber werden die Kollimatorarme nach Kap. 3.3.1.3 gefertigt. Die Kollimatorbacken können demnach nicht mit einer Wasserkühlung ausgestattet werden. Der Wärmetransport wird durch die Verwendung von Vollzylindern aus Kupfer anstatt Kupfer-Rohren verbessert.



Abbildung 3.21.: Vorderansicht des Chopper-Kollimators für den Teststand im geschlossenen Zustand.

3.5. Mechanik

Die Mechanik soll die Variation der Bunchlänge über einen Bereich von 0 bis 180° HF-Phase ermöglichen. Dafür lenkt ein Elektromotor mit Linearantrieb zwei Hebel an, die mit einer Übersetzung von 1:3,1 ihre Bewegung als transversale Auslenkung der Kollimatorbacken weitergeben (siehe Abb. 3.23). Der Verfahrbereich des Linearmotors muss dann so gewählt werden, dass die Backen ganz geschlossen und geöffnet sein können. Die Schrittweite eines geeigneten Elektromotors liegt bei 5 µm und wird durch die Übersetzung zu beiden Kollimatorarmen zu einer Spaltweitendifferenz von $s = 3,2 \,\mu\text{m}$ umgesetzt. Für einen Chopperkreis von 10 mm Durchmesser kann damit eine Einstellgenauigkeit zwischen $\Delta \varphi_{\min} = 0,018^{\circ}$ bei komplett geschlossenem Spalt und $\Delta \varphi_{\max} = 6,5^{\circ}$ HF-Phase bei vollständig geöffnetem Spalt erzielt werden (siehe Abb. 3.22).



Abbildung 3.22.: Auflösung des Chopperkollimators anhand des Chopperkreises. Werden die Kollimatorbacken um Δs verschoben, verändert sich der Überlapp mit dem Chopperkreis um $\Delta \varphi$.

Um Ungenauigkeiten durch Spiel in der Mechanik vorzubeugen, wird eine vorgespannte Konstruktion gewählt. Durch den Unterdruck Δp in der Vakuumkammer gegenüber der umgebenden Atmosphäre werden die Arme nach innen gedrückt. Die Vorspannung ist dann abhängig von der lichten Weite $d_{\rm LW}$ des kreisförmigen Querschnitts am Kollimatorarm:

$$F = \Delta p \cdot \frac{\pi}{4} d_{\rm LW}^2$$

Im derzeitigen Entwurf werden Conflat-Flansche (CF-Flansche) mit 37 mm lichter Weite vorgesehen. Auf beide Kollimatorarme wirkt jeweils eine Kraft von 107,5 N. Über die Hebel ist der Elektromotor dann mit 69,4 N vorgespannt. Zusätzlich wird auch durch die Spannung der Membranbälge im aufgefahrenen Zustand die Vorspannung erhöht.



Diese Größe muss bei der Wahl des Elektromotors berücksichtigt werden, um Schlupf oder Beschädigung desselben zu vermeiden.

Abbildung 3.23.: Vorder(oben)- und Diagonalansicht (unten) der Hebelmechanik im geschlossenen Zustand mit den Kollimatorarmen für den Teststand. Gestrichelte Konturen: aufgefahrener Zustand.

4. Beugungsversuch am Kollimatorspalt

Der Spalt des Chopper-Kollimators kann durch Beugung von Licht zur Erzeugung von Interferenzmustern verwendet werden. Der Kollimatorspalt wird dafür als Einzelspalt aufgefasst, so dass die in Kap. 2.5 vorgestellten Methoden zur Anwendung kommen. Anhand der so erzeugten Interferenzmuster können Rückschlüsse über die apparativen Parameter des Chopper-Kollimators gewonnen werden.

Der Versuch wird nach Abb. 4.1 aufgebaut. Ein Diodenlaser mit $\lambda = 638,3$ nm wird auf den Kollimatorspalt ausgerichtet und das Interferenzbild auf Millimeterpapier im Abstand $d = (1079 \pm 5)$ mm hinter dem Spalt beobachtet.



Abbildung 4.1.: Schematischer Aufbau des Beugungsversuchs. Das rote Licht des Diodenlasers passiert den Kollimatorspalt und erzeugt durch Interferenz ein Intensitätsmuster auf einem Schirm (Millimeterpapier) im Abstand d vom Spalt. Die Breite b des Kollimatorspalts ist variabel. Unter einem Winkel θ und der Ablage x von der optischen Achse können Intensitätsmaxima beobachtet werden, die mit einer Kamera aufgenommen werden.

4.1. Schrittweite und Winkelfehler

Zur Bestimmung der Schrittweite wird der Kollimatorspalt ab einem willkürlichen Startpunkt stückweise um m Schritte aufgefahren und die Interferenzbilder aufgenommen (siehe Abb. 4.2). Über Gleichung (2.3) wird jeweils die Spaltbreite b errechnet und über die Differenzen die Schrittweiten s ermittelt:

$$s = b_i - b_{i-1}$$
$$\Delta s = \sqrt{\Delta b_i^2 + \Delta b_{i-1}^2}$$

Die Ablesegenauigkeit zur Bestimmung des Interferenzmaximums n-ter Ordnung in x-Richtung beträgt:



$$\Delta x = 0.5 \,\mathrm{mm}$$

Abbildung 4.2.: Interferenzmuster auf dem Millimeterpapier durch optische Beugung am Kollimatorspalt bei einer Spaltweite von $b_{\uparrow} = 345,2 \,\mu\text{m}$ (oben) und der dazu korrespondierende Winkelfehler α in der Positionierung der Kollimatorbacken (unten, nicht maßstabsgetreu). Der Halo um das Hauptmaximum ist ein Linseneffekt der Kamera.

Über Fehlerfortpflanzung ergibt sich damit:

$$\Delta b = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \sqrt{\left(\frac{\lambda \cdot \Delta d}{x}\right)^2 + \left(\frac{\lambda \cdot d \cdot \Delta x}{x^2}\right)^2}$$

Da die Position der Intensitätsmaxima in vertikaler (y-) Richtung variiert, werden Werte für x am oberen (y = 0) und am unteren Rand (y = 3 mm) des Interferenzmusters aufgenommen, die als x_{\uparrow} bzw. x_{\downarrow} bezeichnet werden. Damit werden für b pro Messung jeweils zwei Werte b_{\uparrow} und b_{\downarrow} gewonnen. Um der unbekannten Divergenz des Lasers Rechnung zu tragen, wird der Fehler zu:

$$\Delta y = 2 \,\mathrm{mm}$$

gewählt. Der Winkelfehler α zwischen beiden Kollimatorbacken wird dann über:

$$\begin{aligned} \alpha &= \arctan\left(\frac{b_{\uparrow} - b_{\downarrow}}{y}\right) \\ \Delta \alpha &= \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{y}\right)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta b_{\uparrow}}{y}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b_{\downarrow}}{y}\right)^2 + \left(\frac{b_{\uparrow} - b_{\downarrow}}{y^2}\right)^2} \end{aligned}$$

gewonnen. Die damit errechneten Werte sind in Tabelle 4.1 dargestellt.

Elektromotor Schritte m	n	$x_{\uparrow} \text{ [mm]}$	$x_{\downarrow} \; [\mathrm{mm}]$	b_{\uparrow} [µm]	b_{\downarrow} [µm]	α [°]	s [µm]
0	4	$21,7 \pm 0,5$	$16,1\pm0,5$	$142,8 \pm 3,4$	$182,5 \pm 6,0$	$0,949 \pm 0,011$	_
20	4	$21,2 \pm 0,5$	$15,9\pm0,5$	$146,0\pm3,5$	$195,2\pm 6,2$	$0,940 \pm 0,011$	$0,\!16\pm0,\!24$
40	5	$17,9\pm0,5$	$14,3\pm0,5$	$211,6\pm6,0$	$264{,}4\pm9{,}3$	$1,008 \pm 0,012$	$3,\!28\pm0,\!35$
60	8	$21,2\pm0,5$	$17,7\pm0,5$	$275{,}8\pm 6{,}6$	$331,2\pm9,5$	$1,\!058\pm0,\!013$	$3{,}21\pm0{,}45$
80	10	$21,0\pm0,5$	$18,0\pm0,5$	$345{,}2\pm8{,}4$	$401,\!2\pm11,\!3$	$1,069 \pm 0,013$	$3{,}47 \pm 0{,}53$
100	12	$20,8\pm0,5$	$18{,}4\pm0{,}5$	$414{,}4\pm10{,}2$	$468{,}5\pm12{,}9$	$1{,}033\pm0{,}013$	$3{,}46 \pm 0{,}66$

Tabelle 4.1.: Aus den Interferenzmustern errechnete Spaltweiten b und Winkelfehler α . Um Fehlerwerte zu minimieren, wird die größtmögliche Ordnung n der Interferenz untersucht. m bezieht sich auf den Startpunkt, s wird aus der Differenz von aktuellem und vorhergehendem b_{\uparrow} errechnet.

Hier ist zu erkennen, dass der Winkelfehler α über die Fehlergrenzen hinaus wandert, was durch Abweichungen von Sollmaßen in der Kollimatormechanik hervorgerufen wird. Der Bereich des Winkelfehlers ist jedoch so gering, dass er keinen störenden Einfluss auf spätere Messungen hat. Die Schrittweite zwischen 0 und 20 Schritten weicht dagegen stark von den restlichen errechneten Schrittweiten ab und legt daher nahe, dass Effekte durch toten Gang vorliegen. Wird dieser Messwert als Ausreißer ignoriert, kann aus der Gesamtheit der Schrittweiten s_i ein Mittelwert gewonnen werden:

$$s = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{4} s_i$$
$$\Delta s = \frac{1}{4} \sqrt{\sum_{i=1}^{4} \Delta s_i^2}$$

Dadurch ergibt sich die Schrittweite zu:

$$s = (3,36 \pm 0,26) \, \mu m/Schritt$$

Dieses Ergebnis befindet sich innerhalb der Fehlergrenzen in guter Übereinstimmung mit dem in Kap. 3.5 vorhergesagten Wert.

4.2. Toter Gang

Um den toten Gang näher zu untersuchen, wird der Elektromotor um m = 100 Schritte in die entgegengesetzte Richtung verfahren. Der tote Gang t ist dann die Differenz aus dem theoretischen Sollwert $m \cdot s$ und der tatsächlich gefahrenen Strecke $|b_{\uparrow 1} - b_{\uparrow 0}|$:

$$t = m \cdot s - |b_{\uparrow 1} - b_{\uparrow 0}|$$
$$\Delta t = \sqrt{(m \cdot \Delta s)^2 + \Delta b_{\uparrow 1}^2 + \Delta b_{\uparrow 0}^2}$$

Die zur Berechnung verwendeten Daten befinden sich in Tabelle 4.2.

Elektromotor Schritte m	n	$x_{\uparrow} [\mathrm{mm}]$	$b_{\uparrow} ~[\mu\mathrm{m}]$
100 0	$\begin{array}{c} 12 \\ 4 \end{array}$	$20,8 \pm 0,5 \\ 21,0 \pm 0,5$	$\begin{array}{c} 414,4\pm 10,2\\ 147,5\pm 3,6\end{array}$

Tabelle 4.2.: Zur Bestimmung des toten Gangs verwendete Messwerte. m bezieht sich weiterhin auf den vorher gewählten Startpunkt.

Mit diesen Werten kann der tote Gang zu:

$$t = (68, 6 \pm 27, 7) \, \mu \mathrm{m}$$

bestimmt werden. Der tote Gang erreicht damit einen, im Vergleich zur Schrittweite, hohen Wert. Ursache für dieses Phänomen ist Spiel in der Mechanik, insbesondere in der Fixierung der Spindelmutter des Elektromotors. Für den Einsatz an MESA empfiehlt es sich, die Ursachen des toten Gangs ausfindig zu machen und zu beheben. Aus zeitlichen Gründen kann dies nicht mehr im Rahmen dieser Arbeit stattfinden.

Um Effekte durch toten Gang in späteren Messungen zu minimieren, wird der Elektromotor stets zurückgefahren und dann mit mindestens 50 Schritten in die gewünschte Richtung bewegt, bevor der Sollwert eingestellt wird. Diese Richtung wird für eine Messreihe jeweils beibehalten.

5. Aufbau an der Polarisierten Kanone 2

Im Zuge eines Testaufbaus an der Testquelle "Polarisierte Kanone 2" (PKA2) sollen die Funktionen des Chopper-Kollimators und des Solenoid-Paars (siehe [Sto16]) getestet werden. Anschließend wird der Chopper-Kollimator selbst genutzt, um das Strahlprofil der Testquelle transversal und longitudinal nach der in Kap. 2.2 beschriebenen Prozedur zu vermessen. Ein Blockschema ist in Abb. 5.1 gegeben. Da zum Verfassungszeitpunkt dieser Arbeit die beiden MESA-Chopperresonatoren nicht zur Verfügung stehen und an Position des zweiten Chopperresonators zwecks Vermessung der Solenoide ein Schirm platziert werden muss, wird der Prototyp des Resonators aus [Bec13, Led14] genutzt. Die dafür entscheidenden Details des Testaufbaus sollen hier näher erläutert werden.



Abbildung 5.1.: Blockschema des Aufbaus an der PKA2. Der Elektronenstrahl wird durch Bestrahlung einer Photokathode mit einem Laser erzeugt durchläuft nach dem Chopperresonator den Kollimator, der das Solenoid-Paar trägt. Die Kollimatorbacken sind jeweils an ein Strommessgerät angeschlossen und gegen Masse geschaltet. Das Solenoid-Paar, das den Elektronenstrahl auf die zweite Chopperkavität abbilden soll, bildet in dieser Messung auf einen Lumineszenzschirm ab. Dieser kann dann über einen Spiegel und eine Kamera beobachtet werden. Zum Zwecke der Anschaulichkeit wurden Strahlführungselemente zwischen Photokathode und Chopperresonator nicht eingezeichnet.

Um die Situation an MESA so weitgehend wie möglich zu reproduzieren, wird der Chopperkollimator in der zwischen Resonator und Schirm mit gleichen Abständen der Solenoid-Paar-Mittelebene zu Resonatormittelebene und Leuchtschirm montiert. Die Vorgabe von 380 mm zu beiden Resonatormittelebenen aus [Bra88, S. 58] kann hier aus Platzgründen nicht exakt realisiert werden (vgl. Abb. 5.2 und Abb. 5.3). Stattdessen betragen die Abstände zu beiden Seiten des Kollimators 330 mm, so dass eine höhere Fokussierstärke der Solenoide angesetzt werden muss.

Die PKA2 erzeugt den Elektronenstrahl mit bis zu einigen Milliampere Strahlstrom durch Beschuss einer Photokathode mit Laserlicht. Die Elektronen werden dann durch den inneren photoelektrischen Effekt in ein Leitungsband gehoben und diffundieren zur Oberfläche der Kathode, wo sie durch ein angelegtes elektrostatisches Feld auf 100 keV kinetische Energie beschleunigt werden [Aul93, S. 27f]. Durch Synchronisation des Laserpulses mit der Hochfrequenz ist es möglich, bereits aus der Quelle Elektronenbunche herauszulösen, deren longitudinales Strahlprofil mit Hilfe des Chopperresonators und dem Chopper-Kollimator vermessen werden kann. Im Versuch sollen die Strahlströme auf 100 µA gemäß der Abhandlungen aus Kap. 3.3.6 begrenzt werden.



Abbildung 5.2.: Seitenansicht des Testaufbaus an der PKA2. Kupferfarben ist der Chopperresonator aus [Bec13, Led14] dargestellt, in gelb ist der Strahlfänger grob umrissen. In rot ist die Turbomolekularpumpe, in grün Drehschieber-Ventil und in beige die Solenoide eingezeichnet. Die gestrichenen Linien repräsentieren (v.l.n.r.) Chopperresonator-Mittelebene, Doppelsolenoid-Mittelebene und Leuchtschirmebene. Der Übersichtlichkeit halber wurden Strahlführungselemente vor dem Chopperresonator ausgeblendet.

Als Messgeräte für die Kollimatorbacken werden drei Tischmultimeter mit 10 nA (horizontale Backen) bzw. 1 nA (vertikale Backe) Auflösung aufgebaut, durch die der auf den Kollimatorbacken deponierte Strom auf Masse fließt. Die Multimeter können über eine weitere Kamera beobachtet werden. Hinter dem Chopper-Kollimator kann zusätzlich der im Strahlfänger deponierte Strom mit einer Auflösung von 10 pA ausgelesen werden. Controller und Stromversorgung des Elektromotors werden in unmittelbarer Nähe des Chopper-Kollimators am Gestell untergebracht. Zur Ansteuerung des Elektromotors wird ein RS-485-Kabel bis zum Bedienpult gelegt und an einen dedizierten Laptop angeschlossen, auf dem die Steuersoftware verfügbar ist.

Darüber hinaus steht eine Turbomolekularpumpe zur Verfügung, die durch ein Drehschieber-Ventil von der Strahlführung abgetrennt werden kann. Eine zusätzliche Ionen-Getter-Pumpe (IGP) ist am ebenfalls bereits vorhandenen Strahlfänger angebracht, der auch Leuchtschirm und Spiegel beherbergt. Eine Kamera wird seitlich am Strahlfänger befestigt, um den Leuchtschirm zu beobachten.



Abbildung 5.3.: Aufnahme des Testaufbaus.

6. Test des Chopper-Kollimators

Der Test des Chopper-Kollimators findet im Zuge des in Kap. 5 vorgestellten Aufbaus statt. Zielsetzung ist die Überprüfung der Funktionalität des Chopper-Kollimators durch die Vermessung des transversalen und longitudinalen Elektronenstrahl-Profils nach Kap. 2.2. Dafür stehen sowohl die am Chopper-Kollimator angeschlossenen Multimeter als auch der Strahlfänger zur Verfügung.

6.1. Kalibration des Ablenkdipols

Der Ablenkdipol vor dem Chopper-Kollimator wird benutzt, um den Elektronenstrahl stückweise auf die obere Kollimatorbacke zu lenken. Der Strom, der durch den Ablenkdipol fließt, kann dabei festgelegt werden. Zur Bestimmung des transversalen Strahl-



Abbildung 6.1.: Aufnahme des Leuchtschirms im Strahlfänger. Im oberen rechten Quadrant des Schirms sind Aufnahmen des Strahlflecks bei I = 0 mA (oben) und I = 100 mA (unten) Ablenkdipolstrom überlagert.

profils ist jedoch eine Zuordnung von Ablage y in der vertikaler Richtung am Chopper-Kollimator und Ablenkdipolstrom I nötig.

Für diese Kalibration wird der Ablenkdipol mit verschiedenen Strömen angesteuert und der Strahl auf dem Leuchtschirm im Strahlfänger fotografiert (siehe Abb. 6.1). Der Abstand zwischen der Mitte des Ablenkdipols und der Schirmebene beträgt $d_{\rm S} = (847 \pm 10)$ mm. Die Position des Schwerpunkts wird dann grafisch anhand der Leuchtintensität mit einer Positionierungsgenauigkeit von:

$\Delta y_{\rm S} = 0.28 \,\mathrm{mm}$

bestimmt und die Schwerpunktbewegung bei verschiedenen Ablenkdipolströmen ausgewertet, wobei y(I = 0) = 0 angenommen wird. Die Ablage in der Ebene der vertikalen Kollimatorbacke wird mit Hilfe des Abstands zur Ablenkdipolmitte von $d_{\rm K} = (535 \pm 10)$ mm gebildet:

$$y = \frac{d_{\rm K}}{d_{\rm S}} \cdot y_{\rm S}$$
$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\Delta d_{\rm K}}{d_{\rm S}} \cdot y_{\rm S}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d_{\rm S} \cdot d_{\rm K}}{d_{\rm S}^2} \cdot y_{\rm S}\right)^2 + \left(\frac{d_{\rm K}}{d_{\rm S}} \cdot \Delta y_{\rm S}\right)^2}$$



Abbildung 6.2.: Kalibration des Ablenkdipols. In Schwarz sind Messpunkte dargestellt, in Rot die Ausgleichsgerade.

Die Steigung:

$$y(I) = A \cdot I \tag{6.1}$$

wird angepasst und ergibt sich zu:

$$A = (18, 2 \pm 1, 2) \,\frac{\mu \mathrm{m}}{\mathrm{mA}}$$

6.2. Kalibration des Phasenschiebers

Für die Vermessung des longitudinalen Strahlprofils kann die Phasendifferenz zwischen Chopperresonator und Kathodenlaser über einen elektronischen Phasenschieber eingestellt werden. Dieser ermöglicht einen Phasenvorschub durch das Anlegen einer definierten Spannung. Die Zuordnung von Spannung U und Phasenvorschub $\Delta \varphi$ ist dabei nicht-linear und wird durch Anpassen eines Polynom fünften Grades:

$$\Delta\varphi(U) = \sum_{n=0}^{5} a_n U^n \tag{6.2}$$

approximiert (vgl. Abb. 6.3).



Abbildung 6.3.: Kalibration des Phasenschiebers [Fic16]. In Schwarz sind Messpunkte dargestellt, in Rot das Ausgleichspolynom fünften Grades.

Die für Gleichung (6.2) gewonnenen Parameter a_n sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst.

n	a_n	Δa_n
0	$2,47^{\circ}$	1,93°
1	$79,4 {V}$	3,6 $^{\circ}$
2	$-14.7 {V^2}$	$2,0 \stackrel{\circ}{\overline{\mathrm{V}^2}}$
3	$2,30 \frac{1}{V^3}$	$0,45 \frac{1}{V^3}$
4	$-0,178 \frac{1}{\sqrt{4}}$	$0,042 \frac{v_{\circ}}{V^4}$
5	$5,16 \times 10^{-3} \frac{1}{V^5}$	$1,43 \times 10^{-3} \frac{V_{\circ}}{V^{5}}$

Tabelle 6.1.: Parameter des Ausgleichspolynoms für die Kalibration des Phasenschiebers nach Gleichung (6.2).

6.3. Vermessung des transversalen Strahlprofils

Die Vermessung des transversalen Strahlprofils erfolgt gemäß Kap. 2.2 durch schrittweises Ablenken des Elektronenstrahls auf die vertikale Kollimatorbacke. Es werden der Strom, der durch das angeschlossene Multimeter fließt, als auch der dazu komplementäre Strom am Strahlfänger notiert. Darüber hinaus werden die eingestellten Werte für den Ablenkdipolstrom protokolliert. Die Fehler für die abgelesenen Ströme auf Grund von Schwankungen werden zu 3 nA bzw. 1 % gewählt. Das transversale Strahlprofil hat dabei die Form einer zweidimensionalen Gaußkurve:

$$I_{\text{trans}}(x,y) = I_0 \cdot \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right) \cdot \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right)$$

Für die Projektion folgt dann durch die Normierung der Gaußkurve:

$$\int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{trans}}(x,y) \, \mathrm{d}x = \frac{I_0}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right)$$

Das gemessene Stromsignal S(y) entspricht dann einer Fehlerfunktion (vgl. Abb. 6.4). Zur Entfaltung werden die Stromdifferenzen von aufeinanderfolgenden Schritten errechnet, auf den Maximalwert normiert und gegen die mit Gleichung (6.1) errechneten Ablenkdipolströme aufgetragen (siehe Abb. 6.5).

Das Anpassen einer Gaußkurve:

$$\frac{I_{\text{trans}}(y)}{I_0} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma}\right)^2\right)$$



Abbildung 6.4.: Normiertes Stromsignal der transversalen Profilmessung. Gemessene Ströme an Kollimatorbacke und Strahlfänger sind komplementär. Der Verlauf gemäß einer Fehlerfunktion kann anhand beider Signale nachvollzogen werden. Die Fehlerbalken sind kleiner als die verwendeten Symbole.

liefert die Werte:

 $\sigma_{\mathrm{Kollimatorbacke}} = (487 \pm 221) \, \mu\mathrm{m}$ $\sigma_{\mathrm{Strahlfänger}} = (380 \pm 175) \, \mu\mathrm{m}$

Die Halbwertsbreite (engl. Full Width at Half Maximum, FWHM) kann über:

$$FWHM = 2\sqrt{2 \ln 2\sigma}$$
$$\Delta FWHM = 2\sqrt{2 \ln 2}\Delta\sigma$$

ausgedrückt werden. Sie gibt die den Abstand an, bei der die Verteilung die Hälfte der maximalen Intensität erreicht.



Abbildung 6.5.: Entfaltung des transversalen Strahlprofils von Kollimatorbacke und Strahlfänger. Die Werte streuen signifikant auf Grund der geringen Statistik.

So lassen sich die Breiten zu:

$$\begin{split} FWHM_{Kollimatorbacke} &= (1147 \pm 520)\,\mu m \\ FWHM_{Strahlfänger} &= (895 \pm 412)\,\mu m \end{split}$$

angeben. Damit stimmen die Ergebnisse im Rahmen der Fehlergrenzen überein. Die Streuung der Stromwerte führt jedoch zu großen Fehlern auf die Werte von σ . Diesem Effekt kann durch eine höhere Statistik begegnet werden, die hier aus zeitlichen Gründen jedoch nicht erreicht werden kann.

6.4. Vermessung des longitudinalen Strahlprofils

Im Anschluss wird auch das longitudinale Strahlprofil mit Chopperresonator und Chopper-Kollimator vermessen. Abweichend von Kap. 2.2 wird der Kollimatorspalt nicht komplett, sondern nur m Schritte aufgefahren. Dadurch nähert sich die Faltungsfunktion für kleiner werdende b einer Dirac-Funktion an und das Profil muss nicht mehr entfaltet werden. Der Chopper wird so eingestellt, dass der Chopperkreis in der Kollimatorspaltebene einen Durchmesser d von:

$$d = 2r = (20 \pm 2) \,\mathrm{mm}$$

aufweist. Das vom Kollimator freigelassene Phasenintervall $\hat{\varphi}$ berechnet sich dann zu:

$$\hat{\varphi} \simeq \frac{b}{2\pi r} \cdot 360^{\circ} = \frac{m \cdot s}{\pi \cdot d} \cdot 360^{\circ}$$
$$\Delta \hat{\varphi} = \frac{m}{\pi} \cdot 360^{\circ} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta s}{d}\right)^2 + \left(\frac{s \cdot \Delta d}{d^2}\right)^2}$$

Die für diese Messung verwendeten Werte sind in Tabelle 6.2 aufgetragen.

m	<i>b</i> [µm]	$\Delta b \; [\mu m]$	$\hat{\varphi}$ [°]	$\Delta \hat{\varphi}$ [°]
200	671	51	3,84	0,48
600	2013	153	$11,\!53$	$1,\!45$
1200	4026	306	$23,\!07$	$2,\!90$

Tabelle 6.2.: Spaltweiten und Phasenintervalle für die longitudinale Strahlprofilmessung.

Für feste Spaltbreiten b am Kollimator wird die Phasendifferenz $\Delta \varphi$ des mit der HF gepulsten Kathodenlasers zum Chopperresonator mit Hilfe des Phasenschiebers schrittweise verschoben und der am Strahlfänger deponierte Strahlstrom sowie die angelegte Phasenschieberspannung U protokolliert.

Auch hier beschreibt das Profil in guter Näherung ein Gaußprofil der Form:

$$I_{\text{long}}(x,\varphi) = I_0 \cdot \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right) \cdot \frac{1}{\sigma_\varphi \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\varphi-\mu_\varphi}{\sigma_\varphi}\right)^2\right)$$

und die Projektion auf φ liefert:

$$\int_{-\infty}^{\infty} I_{\text{long}}(x,\varphi) \, \mathrm{d}x = \frac{I_0}{\sigma_{\varphi}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\varphi-\mu_{\varphi}}{\sigma_{\varphi}}\right)^2\right)$$

Der Strahlstrom wird gegen die mit Gleichung (6.2) und Tabelle 6.1 errechnete Phase aufgetragen (siehe Abb. 6.6) und die Gaußkurve:

$$\frac{I_{\text{long}}(\varphi)}{I_0} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\varphi - \mu_{\varphi}}{\sigma}\right)^2\right)$$

angepasst. Die Intensitäten sind auf den Maximalwert normiert und das Zentrum des Peaks wird zum besseren Vergleich auf $\varphi = 150^{\circ}$ gelegt. Die Messintervalle werden symmetrisch um diesen Punkt gelegt, um das Anpassen der Gaußkurve zu erleichtern. Zum Vergleich wird darüber hinaus noch eine Referenzmessung des longitudinalen Strahlprofils mittels grafischer Intensitätsanalyse des Chopperkreises am Leuchtschirm [Ale16] hinterlegt.



Abbildung 6.6.: Normierte longitudinale Strahlprofile für verschiedene Spaltweiten b am Chopper-Kollimator. In Blau ist die Referenzmessung mittels grafischer Intensitätsanalayse [Ale16] dargestellt. Die Fehlerbalken sind kleiner als die verwendeten Symbole.

Für die Messungen bei 600 Schritte und 1200 Schritte aufgefahrenen Kollimatorspalt ist zu beobachten, dass die Phase während der Messung zu driften scheint. Es kann im

Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht weiter untersucht werden, wo die Ursache für diesen Effekt liegt. Des Weiteren ist eine Verbreiterung des Profils zu größeren Spaltweiten hin zu beobachten.

Für 200 Schritte Fahrweg ist eine Dirac-Funktion als Faltungsfunktion hier am besten angenähert, so dass sich das Profil dichter an die Referenzmessung anschmiegt. Aus den Anpassungen werden folgende Werte für σ gewonnen:

$$\sigma_{200} = (31, 0 \pm 8, 9)^{\circ}$$

$$\sigma_{600} = (40, 7 \pm 8, 7)^{\circ}$$

$$\sigma_{1200} = (51, 9 \pm 20, 4)^{\circ}$$

Referenz = $(19, 1 \pm 5, 0)^{\circ}$

 σ

Die Halbwertsbreiten ergeben sich zu:

```
FWHM_{200} = (73,0 \pm 21,0)^{\circ}

FWHM_{600} = (95,8 \pm 20,5)^{\circ}

FWHM_{1200} = (122,2 \pm 48,0)^{\circ}

FWHM_{Referenz} = (45,0 \pm 11,8)^{\circ}
```

Die beste Übereinstimmung mit dem Referenzwert findet sich bei der Messreihe mit der geringsten Spaltbreite. Beide Messungen sind innerhalb der Fehlergrenzen vereinbar. Die Auflösung liegt zwar nahe bei der der grafischen Auswertung, konnte aber in diesem Versuch nicht ganz erreicht werden. Insbesondere für die Messungen mit breitem Spaltmaß weicht die Breite des Pulsprofils stark vom Referenzwert ab, was über die Spaltbreite hinaus auch dem beobachteten Phasendrift geschuldet ist.

Um die Auflösung zu erhöhen, kann für zukünftige Messungen die Spaltweite bedingt durch die Schrittweite ohne weitere Modifikationen feiner eingestellt werden. Aus zeitlichen Gründen wird auf eine Wiederholung der Messung mit kleinerem Spalt verzichtet. Dennoch lässt sich feststellen, dass die hier angewandte Messmethode übereinstimmende Formen für das longitudinale Strahlprofil liefert und sich so zur Pulsformmessung eignet.

7. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit konnte den Herausforderungen, die sich aus dem leistungsfähigen MESA-Strahl ergeben, begegnet werden. Insbesondere die stark erhöhte thermische Leistung wurde ausführlich diskutiert und es wurden mehrere Lösungsansätze aufgezeigt, die den Betrieb des MAMI-Chopper-Kollimators mit geeigneten Modifikationen auch für MESA ermöglichen. Dabei wurde durch die Verwendung von Conflat-Vakuumflanschen und Edelstählen sichergestellt, dass die gesamte Apparatur ausheizbar und UHV-tauglich ist. Die in dieser Arbeit umgesetzte Lösung des Chopper-Kollimators ist zerlegbar und damit erweiterungsfähig im Wartungsfall.

Die apparativen Parameter konnten im Beugungsversuch untersucht werden. Die Auswertung ergab übereinstimmende Werte in der Schrittweite des Kollimatorspaltes und geringe Winkelfehler durch Spiel in der Mechanik und Fehleinstellung. Diesen Effekte kann durch Neuanordnung der Kollimatorarme begegnet werden. Auf Grund der Fixierung der Spindelmutter am Elektromotor wurde jedoch ein großer Wert für den toten Gang festgestellt, was für präzise Positionierungen der Kollimatorarme nachteilig wirken kann. Dem muss mit dem Finden einer geeigneten Aufhängung entgegengesteuert werden.

Das Chopper-System konnte zum Teil im Testaufbau an der PKA2 aufgestellt werden. Da für die Chopperresonatoren höhere Fertigungs- und Lieferzeiten in Kauf genommen werden mussten als ursprünglich angesetzt, muss eine Überprüfung des gesamten MESA-Choppers an MELBA stattfinden. Die Funktionalität insbesondere des Chopper-Kollimators im Zusammenspiel mit dem Chopperresonator-Prototyp konnte trotz dieser Hürden gezeigt und transversales und longitudinales Strahlprofil an der PKA2 vermessen werden. Dabei konnte eine ausreichende Auflösung erzielt werden, die bei weiteren Tests ohne Konstruktionsaufwand weiter verbessert werden kann.

Darüber hinaus wurden die Grundlagen eines Interlock-Systems zur Gewährleistung der Maschinensicherheit mit Hilfe von Röntgenmonitoren vorgestellt. Interlock-Mechanismen sind unerlässlich für alle kritischen Komponenten des Beschleunigers respektive Maschinen- und Personensicherheit.

Für MESA steht mit dem Chopper-System nun ein hochauflösendes Messinstrument und Kollimationskonzept bereit, das die Strahlqualität für die Hochpräzisionsexperimente MAGIX und P2 gewährleistet. Die Messung des Strahlprofils mit dem Chopper-Kollimator stellt eine komplementäre Methode zu anderen Ansätzen dar und ermöglicht durch Ergänzung um danachfolgende Drahtscanner eine detaillierte Evaluation von longitudinalem, transversalem und Energieprofil des Elektronenstrahls.

A. Anhang

A.1. Skript zum Energieverlust von niederenergetischen Elektronen

```
(* all values in SI-Units without prefixes unless otherwise noted *)
(* Calculate new kinetic energy T due to energy loss after interval \
dx from position x *)
Z = 29 (* Cu 29, W 74 *);
137*511*Z^(-1/3) // N
\[Rho] = 8960 (* Cu 8960, W 19250 *);
A = 63.546 (* Cu 63.546, W 183.84 *);
EI = 322 (* Cu 322, W 727 *) (* +-10, ionisation energy *);
current = 10*10^-3;
E0 = 511*10<sup>3</sup>; (* electron rest energy *)
c = 299792458;
e = 1.602*10^-19; (* electron charge *)
a = Z/137;
F = a^2 ((1 + a^2)^{-1} + 0.20206 - 0.0369 a^2 + 0.0083 a^4 -
    0.002 a<sup>6</sup>); (* coulomb correction *)
r = 2.818*10^-15; (* e<sup>2</sup>/E0; classical electron radius *)
[Alpha] = 1/137; (* fine structure constant *)
Avogadro = 6.022*10^23;
Subscript[N,
  atom] = (\[Rho] * Avogadro)/
   A*10^3; (* number of atoms in target, take into account that \
[A]=g/mol *)
f[T_, x_, dx_] := Module[{},
    \[Tau] = T/E0;
  Epsilon = T + E0;
  \[Gamma] = \[Epsilon]/E0 // N;
  \mathbb{E} = Sqrt[1 - 1/\[Gamma]^2] // N;
  v = [Beta]*c;
  X = Log10[\[Gamma]*\[Beta]];
  (*\[Delta]0=0.1145;*)
  [Delta] = 0;
  B0 = Log[[Tau]^2*([Tau] + 2)]
      2] + (1 + \[Tau]^2/8 - (2*\[Tau] + 1)*Log[2])/(\[Tau] + 1)^2;
  B = B0 - 2*Log[EI/E0] + \[Delta];
  (*X0=0.1751;
  X1=3.5;*)
  dEdxIon = -\[Rho]* 0.153536*10^5/\[Beta]^2*Z/A*B;
  \[Phi] = 4*Z<sup>2</sup> r<sup>2</sup> \[Alpha] (Log[(2*\[Epsilon])/E0] - 1/3 - F);
  dEdxBrems = -Subscript[N, atom]*\[Epsilon]*\[Phi];
  {dT1 = (dEdxIon + dEdxBrems)*dx, T1 = T + dT, dEdxIon, dEdxBrems}
  ];
```

```
xList = List[]:
TList = List[];
dTList = List[];
IonList = List[];
BremsList = List[];
T = 200 * 10^3;
dT = 0:
dx = 5*10^{-8};
f[T, x, dx]; (* fixing unphysical output smh *)
For [x = 0, T > 0, x = x + dx, \{dT, T, dEdxIon, dEdxBrems\} = Module [\{\},
   AppendTo[TList, T1];
   AppendTo[dTList, -dT1];
   AppendTo[xList, x];
   AppendTo[IonList, -dEdxIon];
   AppendTo[BremsList, -dEdxBrems];
   f[T, x, dx]]]
ListPlot[Transpose@{xList*10^6, TList*10^-3},
AxesLabel -> {"Tiefe in \[Mu]m", "Kinetische Energie in keV"}]
TPlot = ListPlot[Transpose@{xList*10^6, (IonList + BremsList)*10^-9},
   PlotStyle -> Opacity[0.01]];
ionPlot =
  ListPlot[Transpose@{xList*10^6, IonList*10^-9}, PlotStyle -> Red];
bremsPlot =
 ListPlot[Transpose@{xList*10^6, BremsList*10^-7},
  PlotStyle -> Orange];
(*ShowLegend[Show[bremsPlot,ionPlot(*,TPlot*),PlotRange->{0,10^1},\
AxesLabel->{"Tiefe in \[Mu]m","dE/dx in \
keV/\[Mu]m"}],{{Graphics[{Orange, Disk[{0, 0}, 1]}],
    "Bremsstrahlung"}, {Graphics[{Red, Disk[{0, 0}, 1]}], \
"Ionisation"}}]*)
(*Show[bremsPlot,ionPlot(*,TPlot*),PlotRange->{0,10^1},AxesLabel->{\
"Tiefe in [Mu]m", "dE/dx in keV/[Mu]m"}*)
Needs["PlotLegends'"]
ShowLegend[
Show[bremsPlot, ionPlot(*,TPlot*), PlotRange -> {0, 10<sup>1</sup>},
  AxesLabel -> {"Tiefe in \[Mu]m",
    "\!\(\*FractionBox[\(dE\), \(dx\)]\) in \
\!\(\*FractionBox[\(keV\), \(\[Mu]m\)]\)"}],
  {{{Graphics[{Orange, Line[{{0, 0}, {2, 0}}]}],
    "Bremsstrahlung \[Times] 100"},
      {Graphics[{Red, Line[{{0, 0}, {2, 0}}]}], "Ionisation"}},
    LegendPosition -> {-0.5, 0.2}, LegendSize -> {0.9, 0.2},
    LegendShadow -> False}]
current*Total[dTList]; (* stopping power *)
current*NIntegrate[
  Interpolation[Transpose@{xList, IonList + BremsList},
    InterpolationOrder -> 0][d], {d, Min[xList], Max[xList]},
  IntegrationMonitor :> ((errors = Through[1 #@"Error"]) &)]
Length@errors;
Total@errors;
current*NIntegrate[
  Interpolation[Transpose@{xList, IonList}, InterpolationOrder -> 0][
   d], {d, Min[xList], Max[xList]}] (* ionization stopping power *)
current*NIntegrate[
  Interpolation[Transpose@{xList, BremsList},
    InterpolationOrder -> 0][d], {d, Min[xList],
   Max[xList]}] (* bremsradiation stopping power *)
```

Last[xList] // N (* maximum penetration depth *)

Abbildung A.1.: (Fortsetzung) Mathematica-Skript zur numerischen Integration der Bethe-Bloch-Formel und der Bremsstrahlungsverluste für Elektronen nach Kapitel 2.3.1.

A.2. Zeichnung des Chopperkollimators



Abbildung A.2.: Übersichtszeichnung des Chopper-Kollimators für den Teststand.

A.2. Zeichnung des Chopperkollimators

A.3. Zeichnung der Kollimatorkammer



Abbildung A.3.: Vorläufiger Entwurf der Kollimatorkammer für den MESA-Chopper-Kollimator.



Abbildung A.4.: Detaillierter Schnitt der Kollimatorkammer für den MESA-Chopperkollimator.

A.3. Zeichnung der Kollimatorkammer

A.4. Hebelmechanik des Chopper-Kollimators



Abbildung A.5.: Übersicht über die Hebelmechanik des Chopper-Kollimators.



Abbildung A.6.: Schlitten zur Bewegung der Kollimatorarme.

$A.4. \ He belme chanik \ des \ Chopper-Kollimators$



A. Anhang



Abbildung A.7.: Anlenkhebel der Kollimatormechanik.



Abbildung A.8.: Umlenkhebel der Kollimatormechanik.



A. Anhang



Abbildung A.9.: Klemme für die Befestigung der horizontalen Kollimatorarme.



Abbildung A.10.: Kugellagerzylinder für die Aufnahme der Wellen.





Abbildung A.11.: Halterplatte für den Linearantrieb.



Abbildung A.12.: Träger für die Kollimatormechanik.

 $A.4. \ He belme chanik \ des \ Chopper-Kollimators$





Abbildung A.13.: Wellen der Kollimatormechanik.



Abbildung A.14.: Vertikaler Kollimatorarm.

$A.4. \ He belme chanik \ des \ Chopper-Kollimators$



A. Anhang



Abbildung A.15.: Horizontaler Kollimatorarm.
B. Tabellenverzeichnis

3.1.	Materialeigenschaften für die Berechnung der Eindringtiefe	40
3.2.	Eindringtiefen der Elektronen in Wolfram und Kupfer	42
3.3.	Materialeigenschaften von Wasser bei 20 °C $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	44
3.4.	Apparative Parameter des MAMI-Kollimatorarms	45
3.5.	Apparative Parameter des MESA-Kollimatorarms	46
3.6.	Apparative Parameter des Zweileitungs-Kollimatorarms	47
3.7.	Apparative Parameter der Kollimatorarme für den Testaufbau	50
3.8.	Materialwerte der Umgebungsluft für im Testaufbau	50
3.9.	Materialeigenschaften für die Wärmesimulation	51
3.10.	Parameter für die Vergleichssimulation des MAMI-Kollimators	53
3.11.	Strahlparameter für den Vergleich von Wolfram und Kupfer	53
3.12.	Wärmetransferkoeffizienten für verschiedene Fließgeschwindigkeiten. $% \mathcal{S}_{\mathrm{res}}$.	55
3.13.	Parameter für die Simulation zur Auswahl des Kühlmittelflusses	55
3.14.	Parameter für die Simulation des MESA-Kollimators	57
3.15.	Parameter für die Simulation des Testaufbaus an der PKA2	65
4.1.	Aus den Interferenzmustern errechnete Spaltweiten und Winkelfehler	74
4.2.	Zur Bestimmung des toten Gangs verwendete Messwerte	75
6.1.	Parameter des Ausgleichspolynoms für die Kalibration des Phasenschiebers	82
6.2.	Spaltweiten und Phasenintervalle für die longitudinale Strahlprofilmessung	85

C. Abbildungsverzeichnis

1.1.	Entwurf der Strahlführung für MESA	1
1.2.	Schema von MESA und Unterteilung der einzelnen Beschleunigerbereiche	2
1.3.	Vorläufiger Entwurf von MELBA	3
2.1.	Phasenfokussierung im Hochfrequenzfeld des Bunchers	5
2.2.	Chopper-Buncher-System mit DC-Quelle	6
2.3.	Chopper-Buncher-System mit gepulster Photoquelle	7
2.4.	Impulsantwort einer Photokathode	8
2.5.	Schematische Darstellung des MESA-Choppers als Momentaufnahme	9
2.6.	Detailansicht der Kollimatorbacken in Strahlrichtung im offenen Zustand	9
2.7.	Transversale Strahlprofil-Messung	11
2.8.	Longitudinale Strahlprofil-Messung	13
2.9.	Laminares Strömungsprofil durch ein Rohr	19
2.10.	Ausbreitung von Licht an einem Einzelspalt	23
2.11.	Verlauf des Intensitätsprofils bei Beugung am Einzelspalt	23
2.12.	Von Inventor 2015 generiertes Mesh des MAMI-Kollimatorarms	24
2.13.	Problemstellung des eindimensionalen Wärmetransports durch einen Stab	27
2.14.	Verlauf der Lagrangeschen Interpolationsformel	28
2.15.	Problemstellung des Zahlenbeispiels	33
2.16.	Lineare Formfunktionen und deren Ableitungen im Zahlenbeispiel	34
2.17.	Gegenüberstellung von exakter und FE-Lösung des Zahlenbeispiels $\ . \ .$	37
3.1.	Bremsvermögen von Elektronen in Kupfer	39
3.2.	Kinetische Energie eines Elektronenstrahls gegen Eindringtiefe in Wolfram	40
3.3.	Anteile von Stoßionisation und Bremsstrahlung zum Bremsvermögen	41
3.4.	Schematische Darstellung des Wärmetransports im MAMI-Kollimatorarm	43
3.5.	Entwurf des MAMI-Kollimatorarms mit Kühlleitung	44
3.6.	Entwurf der MESA-Kollimatorarme	46
3.7.	Entwurf einer Kollimatorbacke mit zwei Leitungen	48
3.8.	Kollimatorarme für den Teststand	49
3.9.	Simuliertes Temperaturfeld einer MAMI-Kollimatorbacke	52
3.10.	Maximaltemperaturen des MAMI-Kollimatorarms mit und ohne Wolfram	54
3.11.	Maximaltemperatur einer reinen Kupferbacke in Abhängigkeit des	
	Kühlmittelflusses	56
3.12.	Maximaltemperaturen der Kollimatorarm-Geometrien bei punktförmiger	
	Deponierung	58
3.13.	Simuliertes Temperaturfeld einer MESA-Kollimatorbacke bei	
	punktförmiger Deponierung	59

3.14. Maximaltemperaturen der Kollimatorarm-Geometrien bei Deponier mit phasenverschobener Hochfrequenz	ung 61
3.15. Simuliertes Temperaturfeld einer MESA-Kollimatorbacke bei Depo	nie-
rung mit phasenverschobener Hochfrequenz	62
3.16. Maximaltemperaturen der Kollimatorarm-Geometrien bei Dauerbetr	ieb 63
3.17. Simuliertes Temperaturfeld einer MESA-Kollimatorbacke bei Dauerb	etrieb 64
3.18. Kühloberfläche und Temperaturfeld der Kollimatorarme für den Test	stand 66
3.19. Blockschemata verschiedener Interlock-Losungen	67
3.20. Vorderansicht des MESA-Chopper-Kollimators im geschlossenen Zus	tand 68
3.21. Vorderansicht des Chopper-Kollimators für den Teststand im geschlo	sse-
nen Zustand	69
3.22. Aunosung des Chopperkommators annand des Chopperkreises	70
5.25. vorder- und Diagonalansicht der Hebelmechanik	(1
4.1. Schematischer Aufbau des Beugungsversuchs	
4.2. Interferenzmuster durch optische Beugung am Kollimatorspalt	73
5.1. Blockschema des Aufbaus an der PKA2	
5.2. Seitenansicht des Testaufbaus an der PKA2	
5.3. Aufnahme des Testaufbaus	
6.1. Aufnahme des Leuchtschirms im Strahlfänger	
6.2. Kalibration des Ablenkdipols	80
6.3. Kalibration des Phasenschiebers	
6.4. Normiertes Stromsignal der transversalen Profilmessung	83
6.5. Entfaltung des transversalen Strahlprofils	
6.6. Normierte longitudinale Strahlprofile für verschiedene Spaltweiten	
A 1 Mathematica Cluict and Engenieration and independent of the Flat	
A.1. Mathematica-Skript zum Energieverlust von mederenergetischen Elek	Jro-
A 2 Vorläufiger Entwurf des Chopper Kellimators für den Teststand	
A 3 Vorläufiger Entwurf der Kollimatorkammer für den MESA-Chop	91
Kollimator	02
A 4 Detaillierter Schnitt der Kollimatorkammer für den ME	
Chopperkollimator	
A.5. Übersicht über die Hebelmechanik des Chopper-Kollimators	
A.6. Schlitten zur Bewegung der Kollimatorarme	95
A.7. Anlenkhebel der Kollimatormechanik	96
A.8. Umlenkhebel der Kollimatormechanik	97
A.9. Klemme für die Befestigung der horizontalen Kollimatorarme	98
A.10.Kugellagerzylinder für die Aufnahme der Wellen	
A.11.Halterplatte für den Linearantrieb	100
A.12. Träger für die Kollimatormechanik	101
A.13.Wellen der Kollimatormechanik	102
A.14. Vertikaler Kollimatorarm	103
A.15.Horizontaler Kollimatorarm	104

D. Literaturverzeichnis

- [ADHS13] AULENBACHER, K. ; DIEFENBACH, J. ; HEINE, R. ; SCHLANDER, F.: Status of the MESA accelerator. Novosibirsk, Russland : Proceedings of ERL2013, 2013
 - [Ale16] ALEXANDER, Igor: Longitudinale Profilmessung des PKA2-Elektronenstrahls. April 2016. – Private Mitteilung
 - [Aul93] AULENBACHER, Kurt: *Eine Quelle longitudinalpolarisierter Elektronen für das MAMI- Beschleunigersystem*, Johannes-Gutenberg-Universität Mainz, Diss., 1993
 - [Bec] BECKER, Ulrich: Multi-physics Simulation with CST STUDIO SUITE
 - [Bec13] BECHTHOLD, Victor: Eine Deflektor-Kavität für den MESA-Beschleuniger, Johannes-Gutenberg-Universität Mainz, Diplomarbeit, 2013
 - [Ber04] Optik Wellen- und Teilchenoptik.10. Auflage.Walter de Gruyter Berlin New York, 2004
 - [BGK12] BICHSEL, H. ; GROOM, D.E. ; KLEIN, S.R.: Passage of particles through matter. Review of Particle Physics, 2012
 - [BK90] BEITH, Wolfgang ; KÜTTNER, Karl-Heinz: Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau.
 17. Auflage.
 Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1990

[Bra88] BRAUN, Hans-Heinrich: Das Choppersystem f
ür den Injektorlinac des Mainzer Mikrotrons, Johannes-Gutenberg-Universit
ät Mainz, Diplomarbeit, 1988

[Deh15] DEHN, Marco: *MAMI-Betriebsparameter.* Juli 2015. – Private Mitteilung

- [Dem09] DEMTRÖDER, Wolfgang: *Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik.* 5. Auflage. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009
 - [emi] Emissivity Coefficients of some common materials. http://www.engineeringtoolbox.com/emissivity-coefficients-d_ 447.html, Abruf: 07.07.15
 - [Fic16] FICHTNER, Frank: Kennlinie des Phasenschiebers. April 2016. – Private Mitteilung
 - [Fri15] FRIEDERICH, Simon: Angestrebte Bunchlänge. Mai 2015. – Private Mitteilung
- [Glü90] GLÜCK, Bernd: Bausteine der Heizungstechnik.
 2. Auflage. Verlag für Bauwesen, 1990
- [Hei15] HEIN, Lutz: Simulation des MESA-Lattice. Juli 2015. – Private Mitteilung
- [Her86] HERMINGHAUS, Helmut: Chopper-Kolli und Linsenpaar. Februar 1986. – Werkstattauftrag
- [HMS92] HERING, Ekbert ; MARTIN, Rolf ; STOHRER, Martin: *Physik für Ingenieure*.
 4. Auflage.
 VDI-Verlag, 1992
 - [Kir14] KIRSCH, Eike: Messungen der Pulsantwortzeiten von Galliumarsenid und Kalium-Cäsium-Antimonid, Johannes-Gutenberg-Universität Mainz, Diplomarbeit, März 2014
- [Kuc87] KUCHLING, Horst: Taschenbuch der Physik. 5.-9. Auflage. Harri Deutsch Verlag, 1987

Literaturverzeichnis

- [kup] Copper: the essentials. http://www.webelements.com/copper/, Abruf: 07.07.15
- [LBH14] LEDROIT, Ben ; BRICKWEDDE, Bernard ; HEIL, Philipp: Protokoll der praktischen Pr
 üfung am MAMI-Beschleuniger zur Vorlesung Höhere Beschleunigerphysik SS14. Juli 2014
- [Led14] LEDROIT, Ben: *Hochfrequenzmessungen am Chopperresonator für MESA*, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Bachelorarbeit, Februar 2014
- [Leo94] LEO, William R.: *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*. 2nd Edition. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1994
- [MES] *MESA Entwurfsansicht.* MAMI-Wiki
- [OP92] OTTOSEN, Niels; PETERSSON, Hans: Introduction to the finite element method. Prentice Hall, 1992
- [Rie11] RIEHN, Eric: Photokathoden mit internem DBR-Reflektor als Quellen hochintensiver spinpolarisierter Elektronenstrahlen, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Diss., 2011
- [Röt15] RÖTHGEN, Joachim: *Kühlwasserfluss.* Oktober 2015. – Private Mitteilung
- [SB81] SELTZER, Stephen M.; BERGER, Martin J.:
 Evaluation of the Collision Stopping Power of Elements and Compounds for Electrons and Positrons.
 In: The International Journal of Applied Radiation and Isotopes (1981), Mai
- [Sch87] SCHÖLER, H.:
 Korrosion von Kupfer im Reinwasser bei Anwesenheit von Sauerstoff und CO2.
 Juni 1987. –
 Interne Notiz 6/87 des Institut f
 ür Kernphysik Universit
 ät Mainz
- [Sim14] SIMON, Daniel: Strahlführungsdesign für MESA, Johannes-Gutenberg-Universität Mainz, Diplomarbeit, 2014

[Sto16] STOLL, Christian:

Solenoid-Fokussierungsmagnete für den niederenergetischen Strahltransport an MESA, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Masterarbeit, Mai 2016

- [Sup16] SUPPORT, CST: *Temperatursprünge im Thermal Stationary Solver*. März 2016. – Support Ticket
 - [Tun] 2,45 GHz-Tuner-Einheit. Zeichnung
 - [wol] Tungsten: the essentials. http://www.webelements.com/tungsten/, Abruf: 07.07.15

E. Danksagung

Mein Dank gilt zunächst Prof. Dr. Kurt Aulenbacher, der diese Arbeit im Rahmen des MESA-Projekts möglich gemacht hat, und Christoph Matejcek für die reibungslose und engagierte Betreuung und Unterstützung meines Projekts.

Hervorheben möchte ich besonders Igor Alexander, der mir bei der teilweise ausufernden Vorbereitung des Testaufbaus und während der Messkampagne stets zur Seite stand und ohne dessen Hilfsbereitschaft und Expertise dieses Kapitel sicherlich nicht hätte komplettiert werden können.

An dieser Stelle ist auch das Personal der Werkstätten zu erwähnen, insbesondere Manuel Kauth aus der Vakuum-Werkstatt und Karl-Heinz Luzius inklusive der Belegschaft der mechanischen Werkstatt, durch deren großartige und zügige Präzisionsarbeit mein Aufbau schon im Vorfeld erst ermöglicht wurde.

Auch der Rest der Mannschaften von B1, B2 und MESA hat mir große Hilfe geleistet durch den Austausch von Anregungen, neuen Ideen und fachlicher Kompetenz, aber auch abseits der Arbeit an der Gestaltung der Freizeit mitgewirkt. Ganz besonders gilt dies für die Belegschaft des Mikrowellenlabors, die sich in der täglichen Kaffeepause regelmäßig zu Diskussion zusammenfand und bei der besonderes Engagement zu gegenseitiger Unterstützung und Kooperation herrscht.

Ferner möchte ich mich beim Rest des Personals am Institut für Kernphysik für die Abwicklung des wiederkehrenden Verwaltungsaufwands, die Hilfsbereitschaft und den Gedankentransfer bedanken.

Oft im Hintergrund, aber sehr wichtig sind auch alle, zu denen ich vor allem abseits der Arbeit ein gutes Verhältnis pflege und die mich mit meinen Gedanken und Ideen zurück in den Feierabend holten und für Pausen sorgten.

Ganz besondere Erwähnung soll hier Anne-Marie Gilles finden, die mich in der arbeitsintensiven Endphase meiner Arbeit durch Höhen und Tiefen begleitete und mir eine unerschöpfliche Quelle der Ruhe und Regeneration war.

Schlussendlich danke ich meinen Eltern Rudolf Schmandt und Gudrun Ledroit, die mir Zeit meines Lebens Vorbilder sind und mit deren Unterstützung, Zuversicht und Zusammenhalt dieser Traum nun Realität werden konnte.

Besten Dank euch allen!